



Master 1 Génie Mécanique / Conception et Calcul Aéronautique.

Structures Minces. Exercices

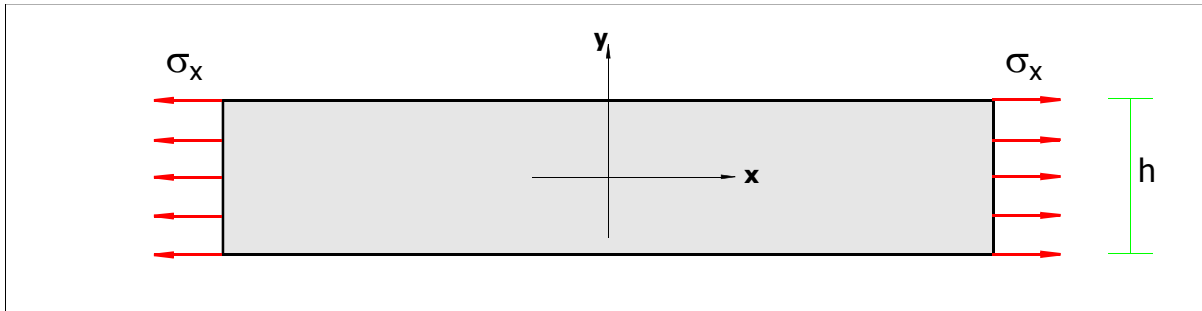
Michel SUDRE

<http://www.mastercalcul.fr>

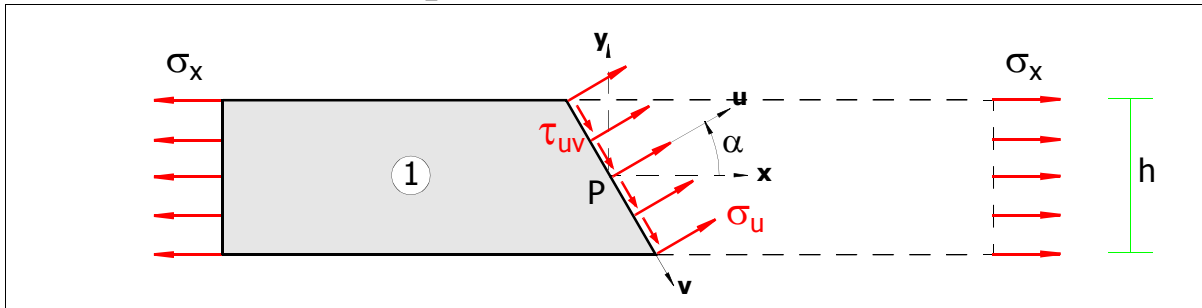
Sept 2023

□ **Exercice 1:**

On considère une plaque rectangulaire ($b \times h$) d'épaisseur e sollicitée en tension suivant x comme indiqué sur le schéma ci-dessous:



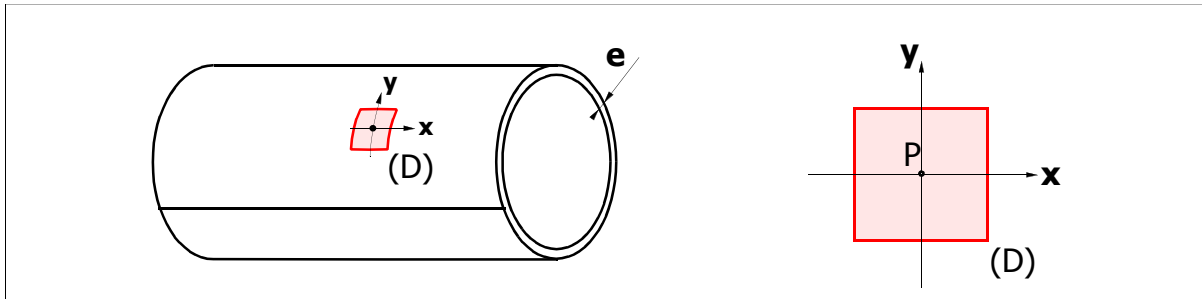
Après avoir isolé le domaine ①, calculer σ_u et τ_{uv} en fonction de σ_x et α :



Retrouver ce résultat analytiquement à partir du tenseur $[\sigma]_P$.

□ **Exercice 2:**

Un tube mince est constitué par une tôle cintrée et soudée d'épaisseur e . On considère un petit domaine carré (D) autour du point P.



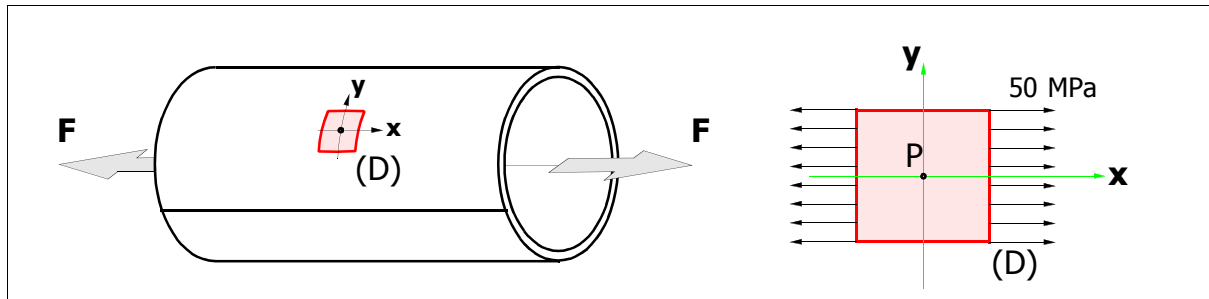
Pour les 3 cas de charges suivant,

- Exprimer le tenseur des contraintes $[\sigma]$ en P dans la base (\mathbf{x}, \mathbf{y}) .
- Tracer le cercle de Mohr des contraintes.
- En déduire la contrainte «minor», «major»?
- Représenter les directions des fibres non cisillées.
- Quelle est la valeur du cisaillement maxi?
- Remplir le tableau:

Normal-X	Normal-Y	Shear-XY	angle (*)	Major	Minor

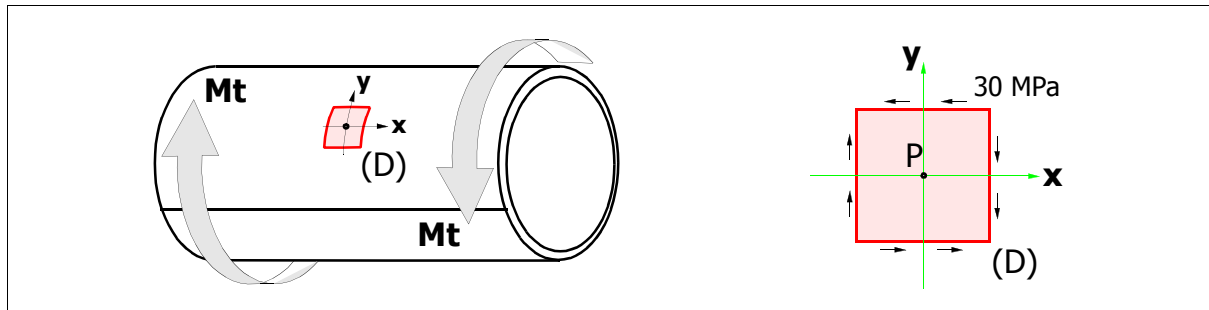
(*) en degrés entre la direction X et la direction de la fibre qui subit Major.

○ 1° cas de charge: le tube est sollicité en Tension axiale.



C'est un état uniaxial de contraintes.

○ 2° cas de charge: le tube est sollicité en Torsion.

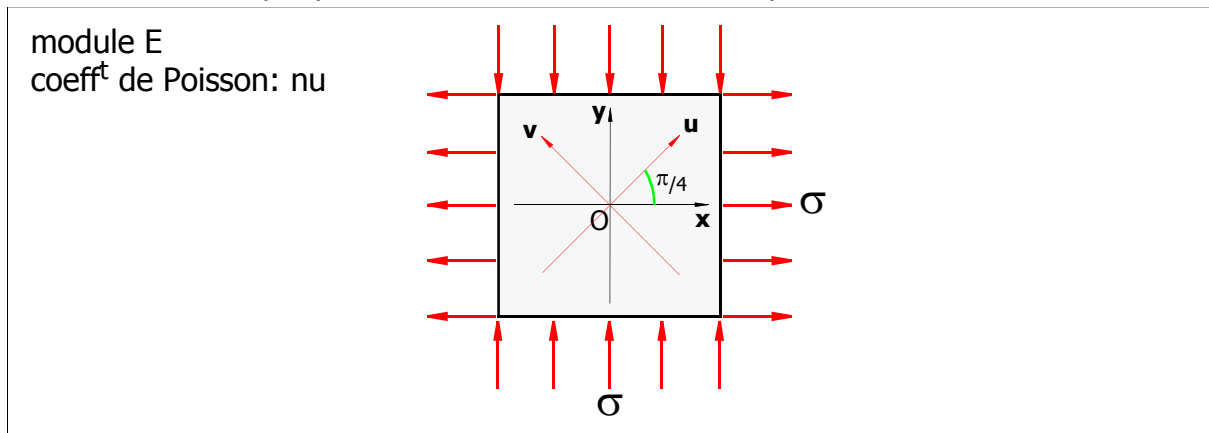


C'est un état de cisaillement pur.

○ 3° cas de charge: On superpose les cas 1 et 2.

□ Exercice 3:

On considère une plaque carrée sollicitée comme indiqué sur le schéma ci-dessous:



En utilisant le cercle de Mohr des contraintes, exprimer τ_{uv} en fonction de σ .

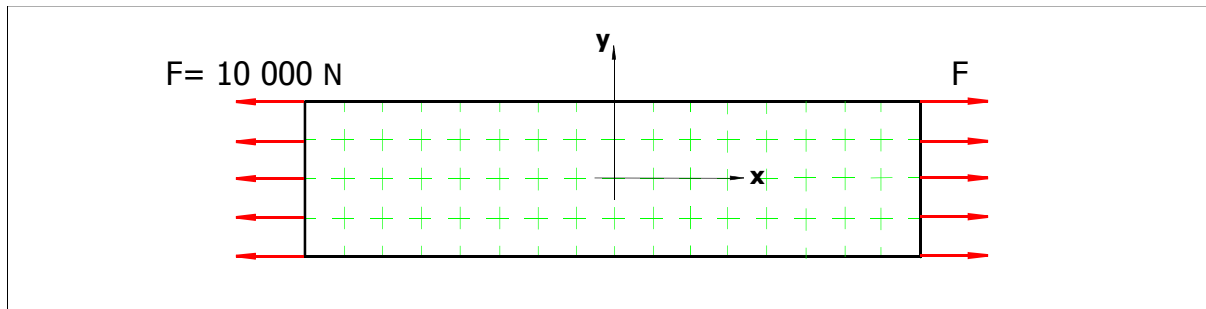
Calculer ε_x et ε_y en fonction de σ grâce aux lois de comportement.

En utilisant le cercle de Mohr des déformations, en déduire ε_{uv} en fonction de σ .

En écrivant que $2\varepsilon_{uv} = \tau_{uv}/G$, en déduire l'expression du module de cisaillement G en fonction de E et ν .

Exercice 4:

On considère une plaque rectangulaire (200mm*50mm) en acier ($E=200\ 000\ \text{MPa}$ et $\nu=0.3$), d'épaisseur 4mm sollicitée en tension suivant x comme indiqué sur le schéma ci-dessous:



Tracer le cercle de Mohr des contraintes

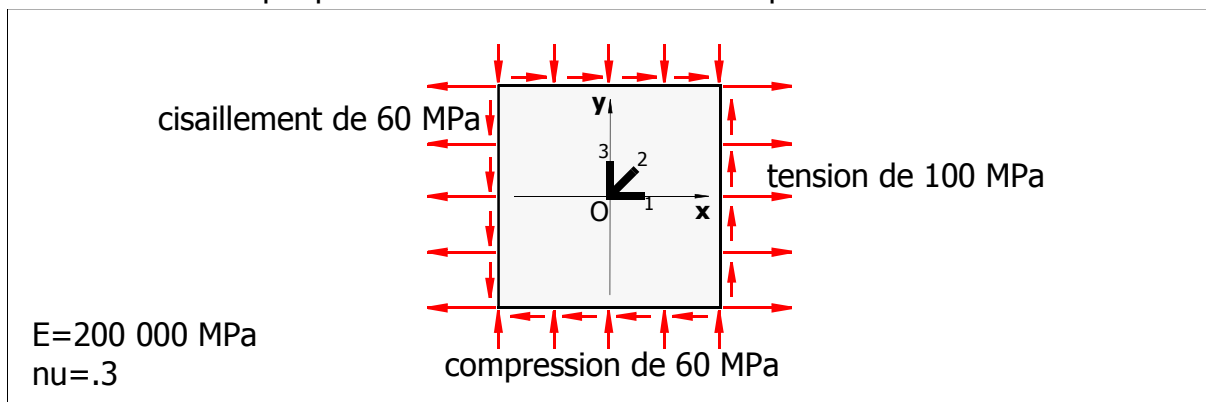
Calculer ε_x et ε_y grâce aux lois de comportement.

En utilisant le cercle de Mohr des déformations, montrer qu'il existe 2 directions de fibres dont la dilatation ε est nulle.

Tracer ces 2 fibres sur la plaque.

 Exercice 5:

On considère une plaque carrée sollicitée comme indiqué sur le schéma ci-dessous:



Exprimer le tenseur des contraintes $[\sigma]$ dans la base (\mathbf{x}, \mathbf{y}) .

Tracer le cercle de Mohr des contraintes.

Que vaut la contrainte «minor», «major»?

Représenter les directions des fibres non cisillées.

Quelle est la valeur du cisaillement maxi?

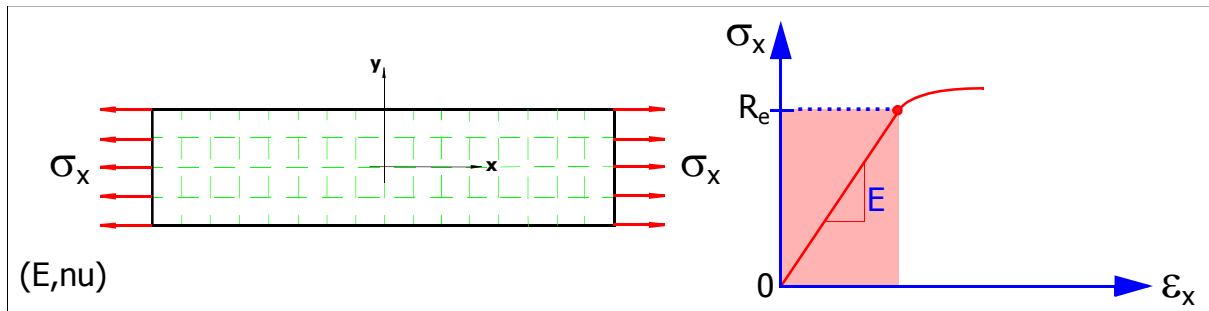
Grâce aux lois de comportement, calculer les déformations «minor» et «major».

Tracer le cercle de Mohr des déformations à partir de ces valeurs.

Que mesure la rosette dans les directions 1, 2 et 3?

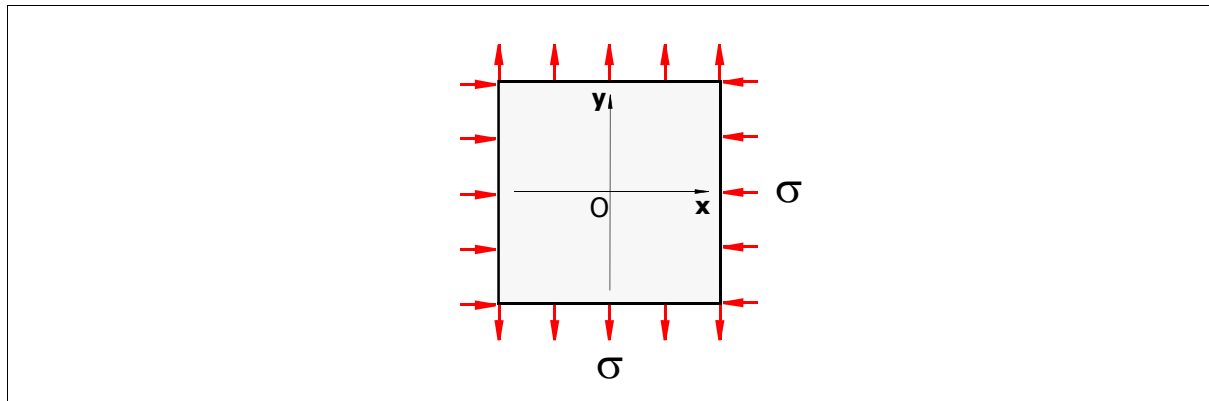
□ **Exercice 6:**

1^o partie - On considère un essai de traction suivant x comme indiqué sur le schéma ci-dessous:



Calculer la partie sphérique $[\varepsilon_s]$ et la partie déviatrice $[\varepsilon_d]$ du tenseur de déformation. Calculer l'énergie de déformation par unité de volume calculée sur la partie déviatrice. Quelle est la valeur limite de cette énergie correspondant au seuil de plastification?

2^o partie - On considère une plaque carrée sollicitée comme indiqué ci-dessous:



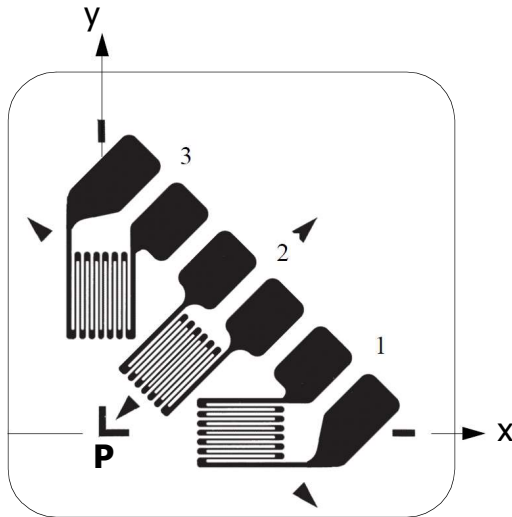
Calculer la partie sphérique $[\varepsilon_s]$ et la partie déviatrice $[\varepsilon_d]$ du tenseur de déformation. Calculer l'énergie de déformation par unité de volume calculée sur la partie déviatrice.

En identifiant les valeurs seuils de la *1^o partie* et de la *2^o partie*, calculer la valeur limite de σ .

Quelle est la valeur de σ_{eq} de VonMises?

Exercice 7:

Soit la rosette à 45° collée en **P**. Les résultats des 3 mesures sont donnés:



résultat des mesures:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 600 \cdot 10^{-6} \\ \epsilon_2 &= -100 \cdot 10^{-6} \\ \epsilon_3 &= -200 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

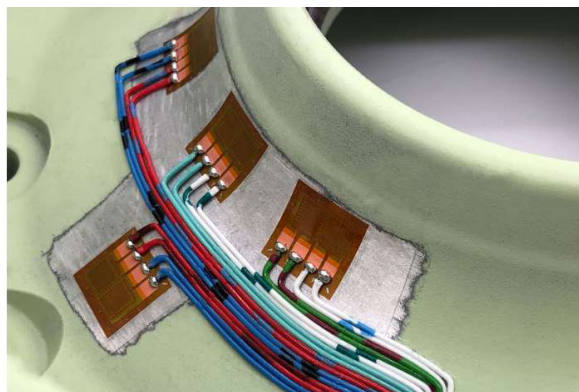
caractéristiques matériau:

$$\begin{aligned} E &= 70 \text{ GPa} \\ \nu &= .3 \end{aligned}$$

Caractériser l'état de contraintes au point **P** en remplissant le tableau suivant:

Normal-X	Normal-Y	Shear-XY	angle (*)	Major	Minor	Von Mises

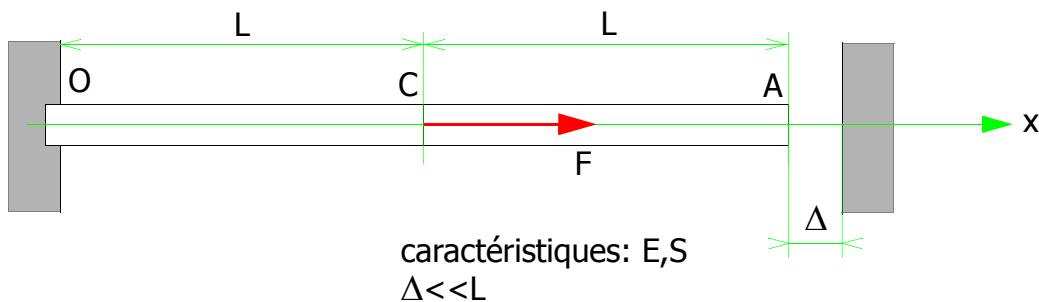
(*) en degrés entre la direction X et la direction de la fibre qui subit Major



Exercice 8:

Soit la poutre ci-dessous sollicitée par l'effort F en C.

On désigne par F_{lim} l'effort à appliquer pour que l'extrémité A entre en contact.



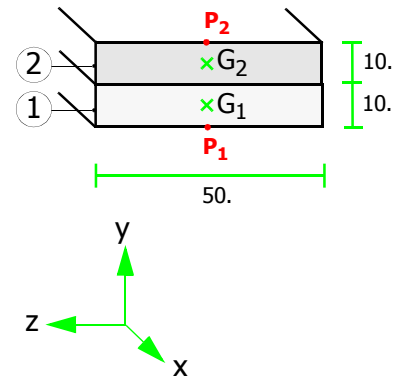
On applique $F = 2 \cdot F_{lim}$.

Exprimer le déplacement final du point C en fonction de Δ .

Exercice 9:

○ On étudie une poutre de longueur L dont la section est composite:

- ①: dimension 50×10 en alu ($E = 70 \text{ GPa}$)
- ②: dimension 50×10 en acier ($E = 210 \text{ GPa}$).



On désigne par \mathbf{G}_1 le centre de gravité de ① et par \mathbf{G}_2 le centre de gravité de ②.

Cette poutre est sollicitée par un effort \mathbf{F} de $20\,000 \text{ N}$ appliqué suivant x .

On appelle centre élastique le point \mathbf{E} par lequel doit passer le support de \mathbf{F} pour que la poutre travaille à l'effort Normal pur ($M_y = M_z = 0$).

Si les 2 composants étaient constitués du même matériau, \mathbf{E} serait confondu avec le centre géométrique \mathbf{G} de la section.

On se propose de déterminer la position de \mathbf{E} .

1 Supposons que l'effort \mathbf{F} est appliqué en \mathbf{E} .
Calculer le % de \mathbf{F} qui est repris par l'alu ①, par l'acier ②.

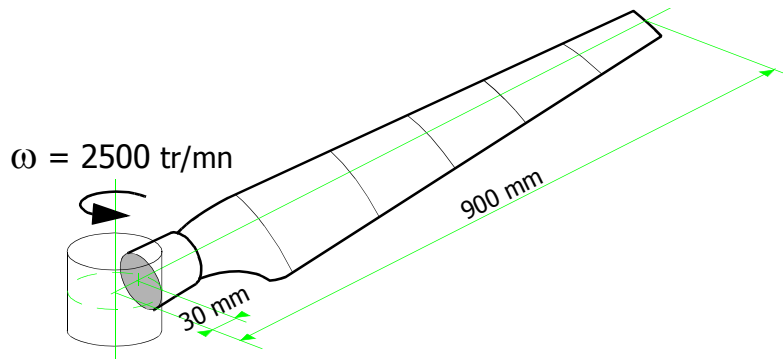
2 En déduire la position de \mathbf{E} .

3 Calculer la déformation ε_x et la contrainte σ_x mesurées aux points \mathbf{P}_1 et \mathbf{P}_2 .

□ **Exercice 10:**

Soit une hélice assimilée à une poutre en aluminium de section constante.

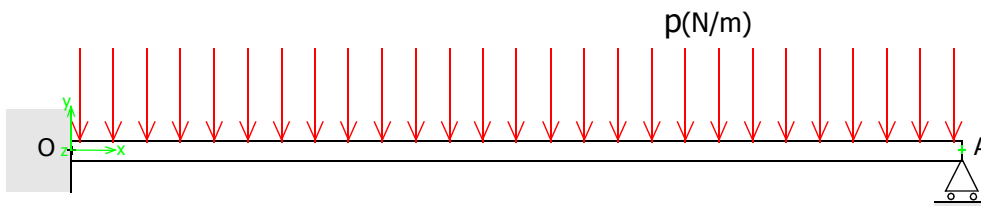
- masse: 15 Kg
- $\sigma_{adm} = 150$ MPa.



Calculer la section de pied nécessaire pour résister à l'effort engendré par la force centrifuge.

□ **Exercice 11:**

Soit la poutre [OA], de longueur L, soumise à son propre poids:

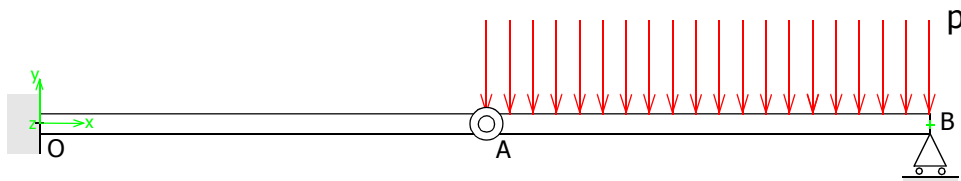


Calculer le pourcentage du poids repris par l'appui A.

□ **Exercice 12:**

Une poutre [OB], de longueur 2L, est constituée de 2 tronçons articulés en A.

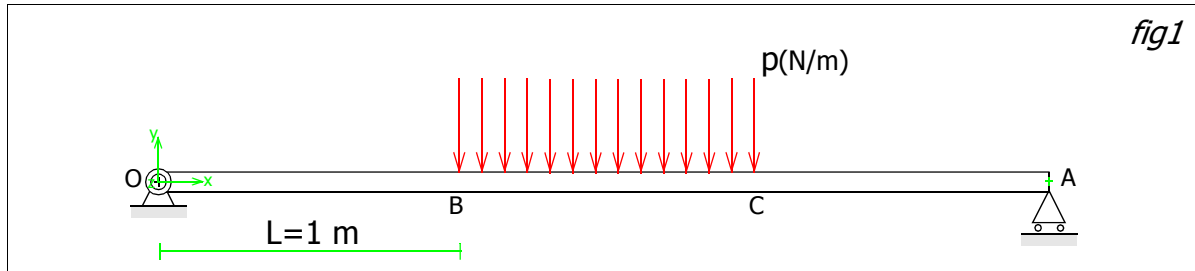
Elle est encadrée en O, simplement appuyée en B et subit sur le tronçon [AB] une charge uniformément distribuée d'intensité p [N/m].



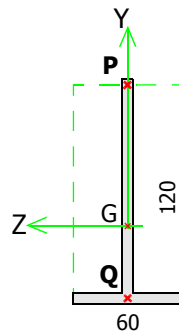
Montrer que ce problème est isostatique.
Exprimer T_Y et M_Z . Tracer les diagrammes.

□ **Exercice 13:**

Une poutre [OA] (*fig1*) de longueur $3L$, subit une charge uniformément distribuée d'intensité $p=3600 \text{ Nm}^{-1}$ sur la zone centrale [L, 2L]:



section droite:
fig2



$$S = 900 \text{ mm}^2$$

l'épaisseur e est constante

Tracer les diagrammes d'effort tranchant T_y et de moment fléchissant M_z .
En déduire M_z maxi.

La section droite est précisée (*fig2*). Calculer I_z .

Calculer la contrainte σ_x dans la section la plus sollicitée, aux 2 points P et Q.

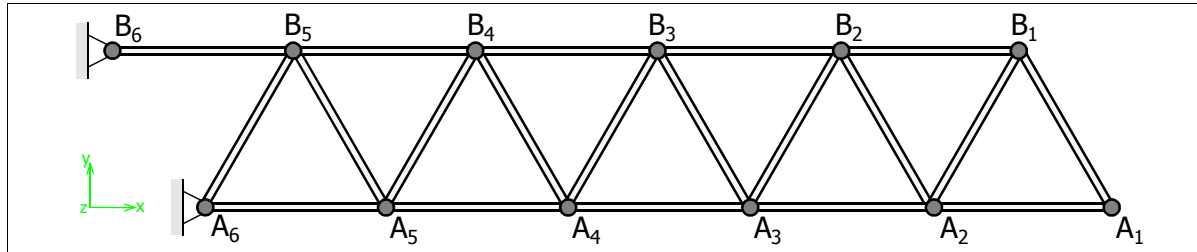
□ **Exercice 14:**

On considère la poutre en treillis définie ci-dessous:

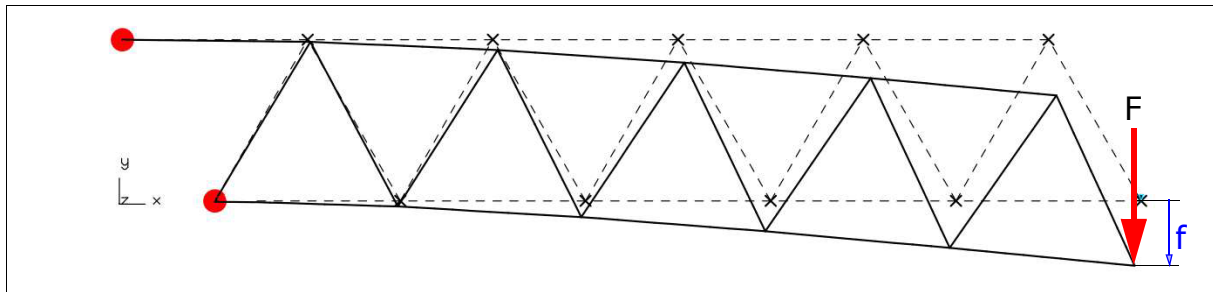
Les barres sont identiques, de longueur 1m.

La section est circulaire creuse de diamètre extérieur 20 mm et d'épaisseur 5 mm.

Le module élastique vaut: $E=210$ GPa.



Un effort d'intensité F s'exerce sur le noeud A_1 .



Exprimer les efforts dans les barres du haut $[B_i - B_{i+1}]$ et dans les barres du bas $[A_i - A_{i+1}]$.

Comment peut-on calculer la flèche f ?

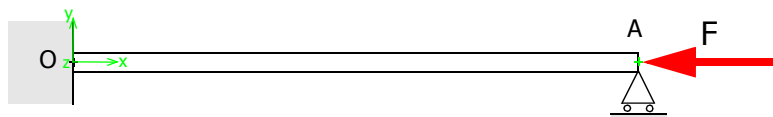
Etudier l'analogie avec un modèle de poutre homogène.

Quelle est la barre la plus comprimée?

Pour quelle valeur de F la structure devient-elle instable?

□ **Exercice 15:**

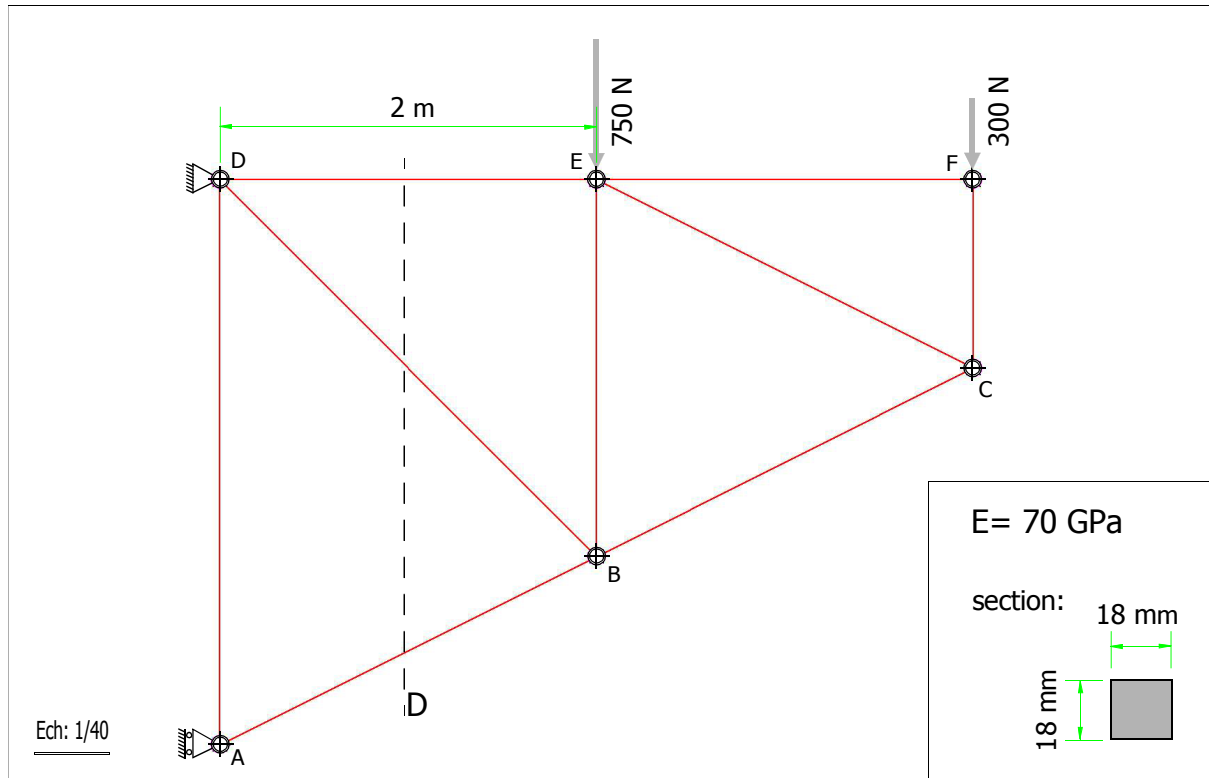
Une poutre $[OA]$, de longueur L , de caractéristiques E et I_z , subit un effort F de compression. Pour quelle valeur F_c le système devient-il instable? :



□ **Exercice 16:**

On considère une structure en treillis.

La barre [AB] présente le risque majeur vis-à-vis du flambement.

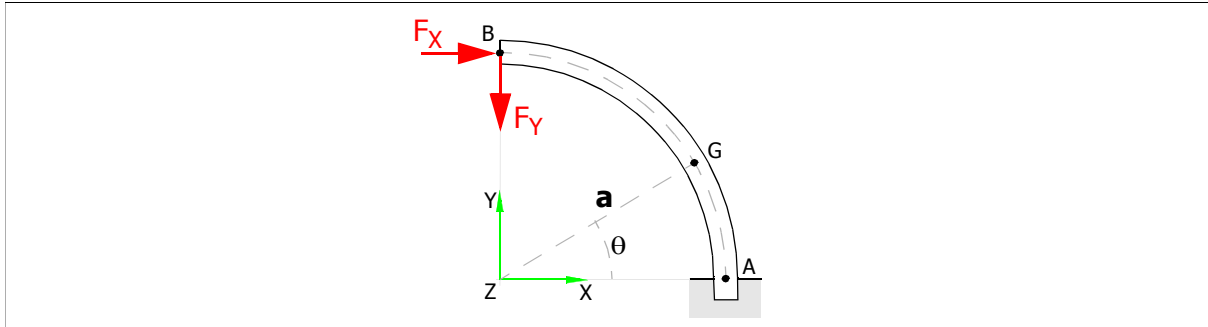


En coupant selon la droite D, calculer l'effort de compression dans la barre [AB].
(les dimensions sont à mesurer sur la figure)

En déduire la marge par rapport au flambement de la structure.

□ Exercice 17:

Soit le portique plan constitué d'une poutre AB dont la ligne moyenne est circulaire. On désigne par a le rayon et I_Z le moment quadratique. Deux forces sont appliquées en B.



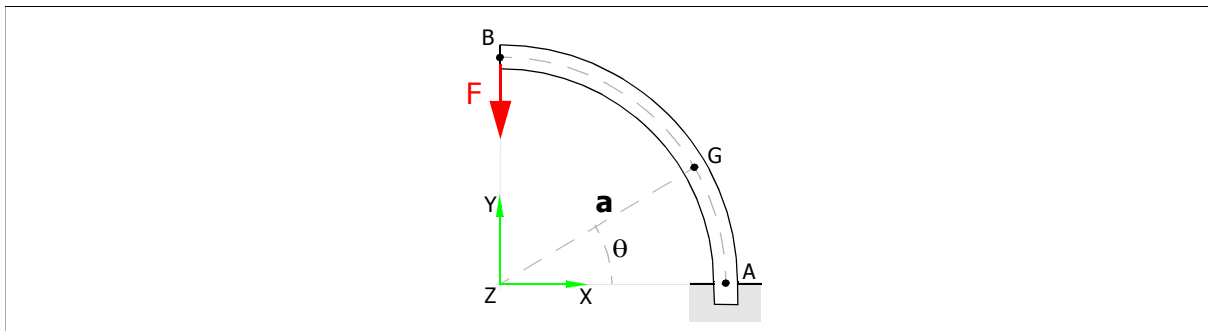
1° question: Exprimer le moment fléchissant en G.

2° question: L'énergie élastique de flexion est donnée en fonction de F_X et F_Y :

$$W = \frac{a^3}{2EI_Z} (.356 F_X^2 + .785 F_Y^2 - F_X \cdot F_Y) \quad (2)$$

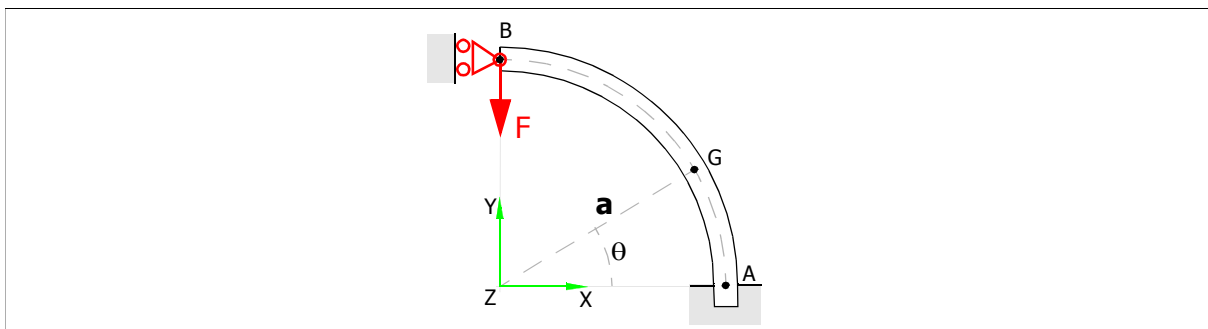
Expliquez comment elle est calculée.

3° question: On envisage le problème isostatique suivant:



En utilisant l'énergie (2), exprimer le déplacement vertical du point B sous l'effet de F. Exprimer ensuite le déplacement horizontal du point B sous l'effet de F.

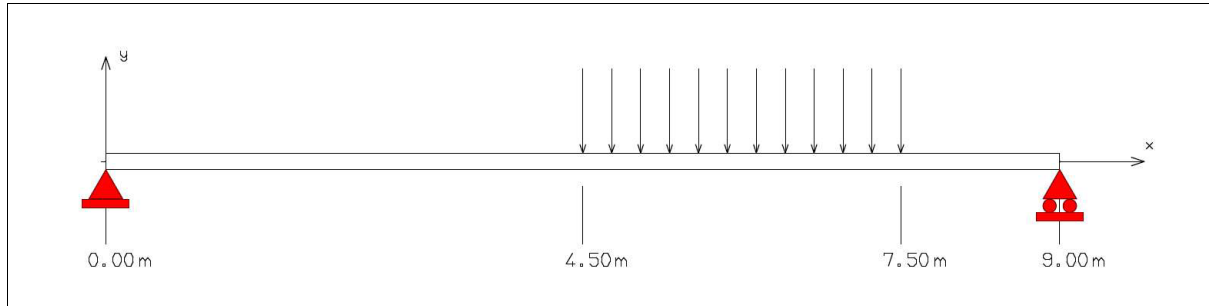
4° question: On envisage le problème hyperstatique suivant:



En utilisant l'énergie (2), exprimer l'effort d'appui en B puis le déplacement vertical de ce point sous l'effet de F.

□ **Exercice 18:**

Soit une poutre de longueur 9m, bi-appuyée, supportant un chargement distribué d'intensité 1000 N/m entre les abscisses $x=4.5\text{m}$ et $x=7.5\text{m}$.



Calculer les actions d'appui.

Calculer et tracer la variation de l'effort tranchant T_Y .

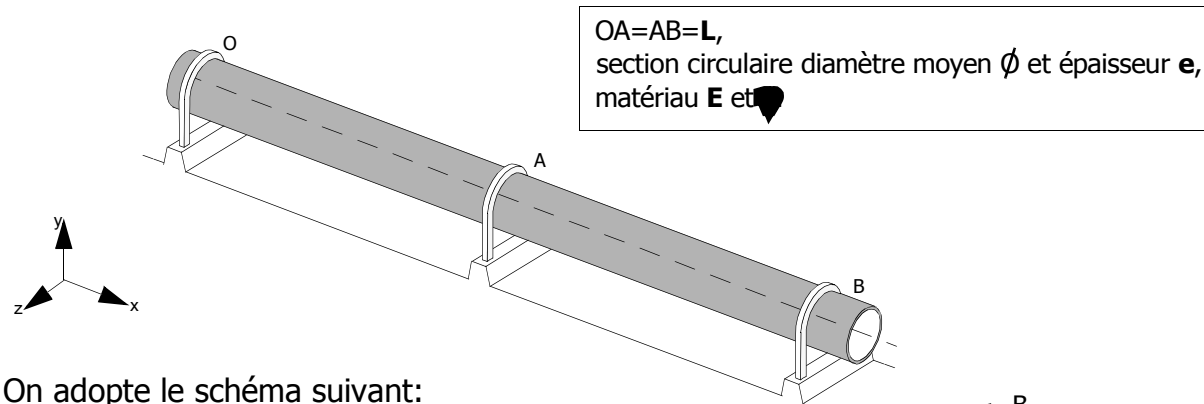
En déduire l'abscisse de la section où le moment fléchissant M_Z est maximal.

Calculer la valeur maxi de M_Z .

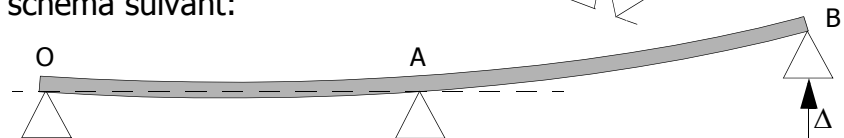
□ **Exercice 19:**

Une conduite rectiligne, de grande longueur, de section circulaire, repose sur des appuis distants de L .

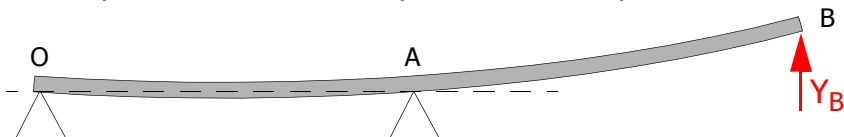
L'étude concerne un tronçon de longueur $2L$ reposant sur ses 3 appuis O, A et B. On veut caractériser les contraintes dues à un mauvais alignement des appuis.



On adopte le schéma suivant:



Montrer que le problème est hyperstatique. On considère l'action d'appui Y_B comme inconnue hyperstatique et on définit le «*système isostatique associé*»:



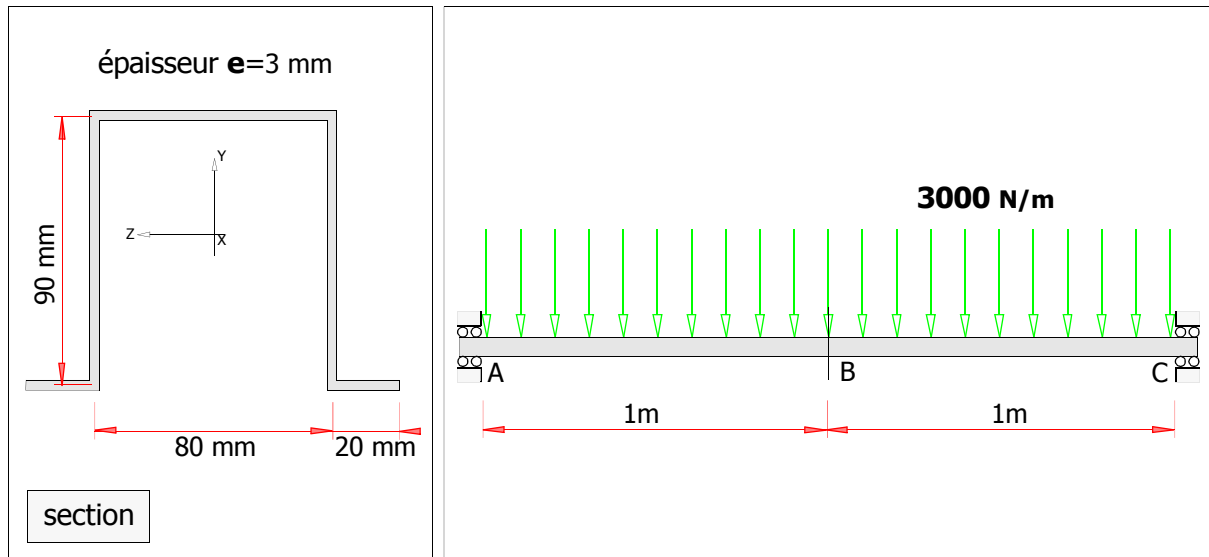
- Calculer Y_B .

- Exprimer la contrainte σ_x maxi en fonction de E , Δ , L et \emptyset .

A.N. $E = 210 \text{ GPa}$ $\emptyset = 20 \text{ cm}$ $L = 3 \text{ m}$ $e = 5 \text{ mm}$ $\Delta = 1 \text{ cm}$

□ Exercice 20:

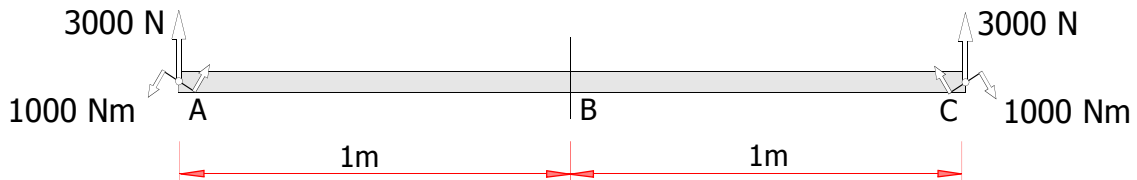
On considère une poutre [ABC] bi-encastée, soumise à une charge distribuée uniforme de **3000 N/m**.



Déterminer la position du centre de gravité et le moment I_z de la section droite.

Montrer que le problème est hyperstatique. De quel degré?

L'utilisation du théorème de Ménébré a permis de calculer les actions de liaison:



Remplir le tableau:

	A	B	C
T_Y			
M_Z			

Tracer la variation de l'effort tranchant T_Y et la variation du moment fléchissant M_Z . Les 2 courbes seront tracées en vis-à-vis pour montrer les correspondances.

Quelle est la valeur du moment fléchissant $M_{Z \text{ maxi}}$?

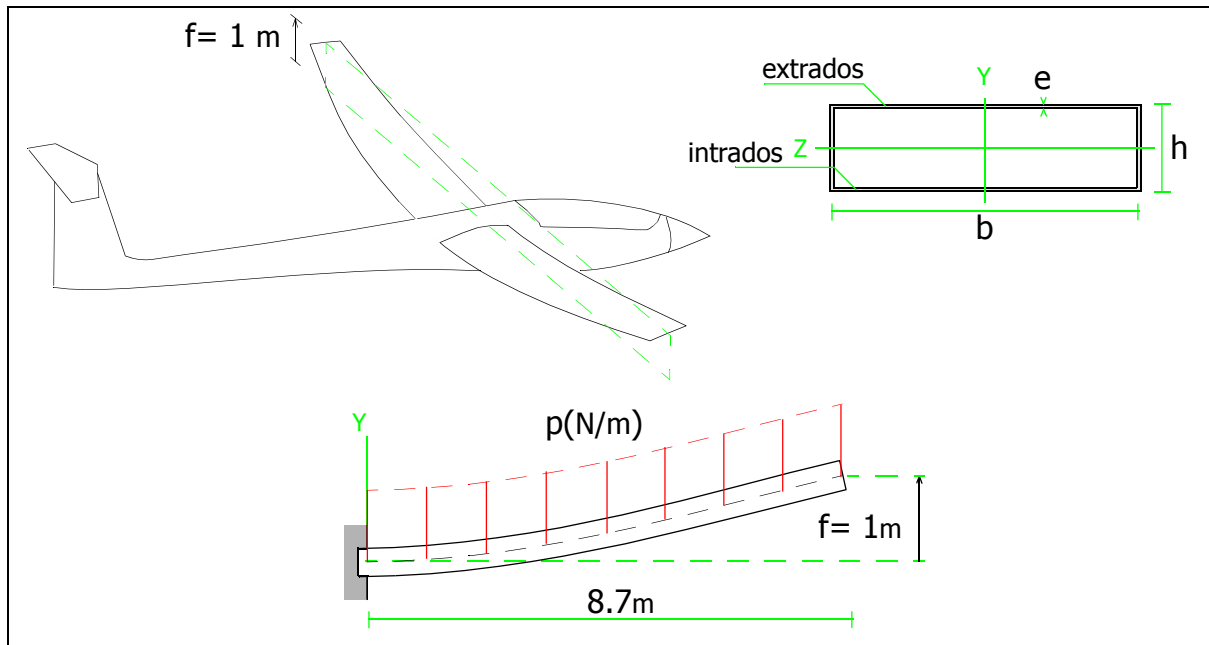
En déduire en MPa la valeur de $\sigma_{x \text{ maxi}}$ en tension et en compression.

□ **Exercice 21:**

On modélise la voilure d'un planeur par 2 poutres de longueur $L = 8.7\text{m}$. Chacune de ces poutres est encastree dans le fuselage, libre à l'autre extremité et soumise à un chargement réparti uniforme d'intensité $p(\text{N/m})$ qui représente la portance.

La voilure est constituée par un caisson de dimension $b = 490\text{mm}$ par $h = 135\text{mm}$ et d'épaisseur $e = 4\text{mm}$ en tissu de verre.

Le module équivalent $E = 40\,000\text{MPa}$.



-1- Exprimer le moment quadratique I_z de façon approchée en fonction de b , h et e .
Application Numérique.

-2- On désigne par F la résultante de l'effort exercé sur l'ensemble de la voilure. Déterminer F sachant que la flèche mesurée en bout de voilure est de 1m .

Connaissant F et la masse du planeur (550kg), on définit ainsi le facteur de charge n :

$$n = \frac{F}{m \cdot g} \quad g = 9.81\text{ms}^{-2}$$

Calculer le facteur de charge.

-3- Déterminer la contrainte σ_x maxi (en MPa) mesurée sur l'extrados et sur l'intrados.

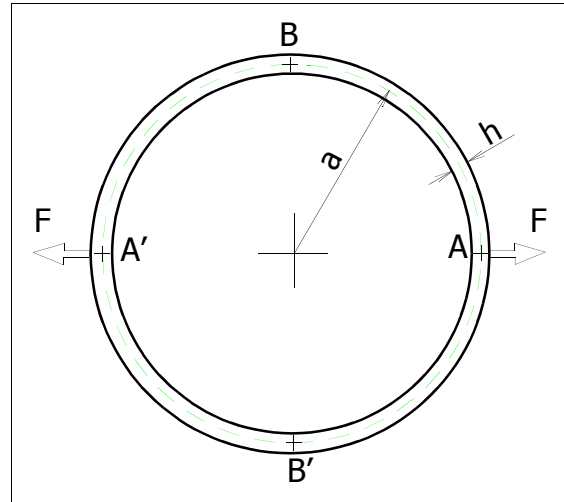
□ Exercice 22:

On considère le cadre ci-contre de forme circulaire, de rayon a , soumis à 2 efforts opposés d'intensité F .

Le module élastique vaut E .

La section est rectangulaire de dimensions $b \times h$.

Exprimer la variation du diamètre $A'A$ en fonction de F , a , b , h et E .



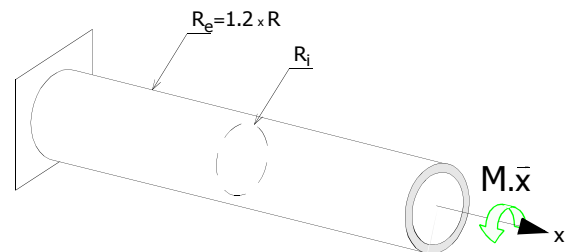
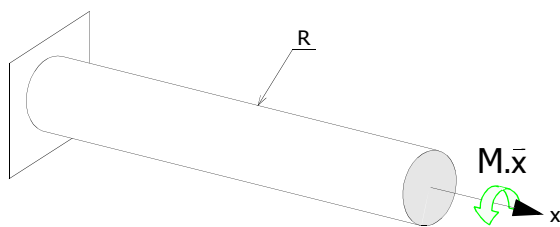
□ Exercice 23:

On considère une barre de torsion de longueur L encadrée à l'origine et soumise à un moment $M \cdot \bar{x}$. Cette barre est circulaire pleine de rayon R .

Pour diminuer la masse, on veut remplacer cette barre par un tube de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur R_e .

On accepte une augmentation de 20% de l'encombrement:

$$R_e = 1.2 \times R$$



matériau caractérisé par E et ν .

Calculer R_i en fonction de R pour que la déformée $\omega_x(L)$ soit identique dans les 2 poutres.

Quel est le gain de masse en % ?

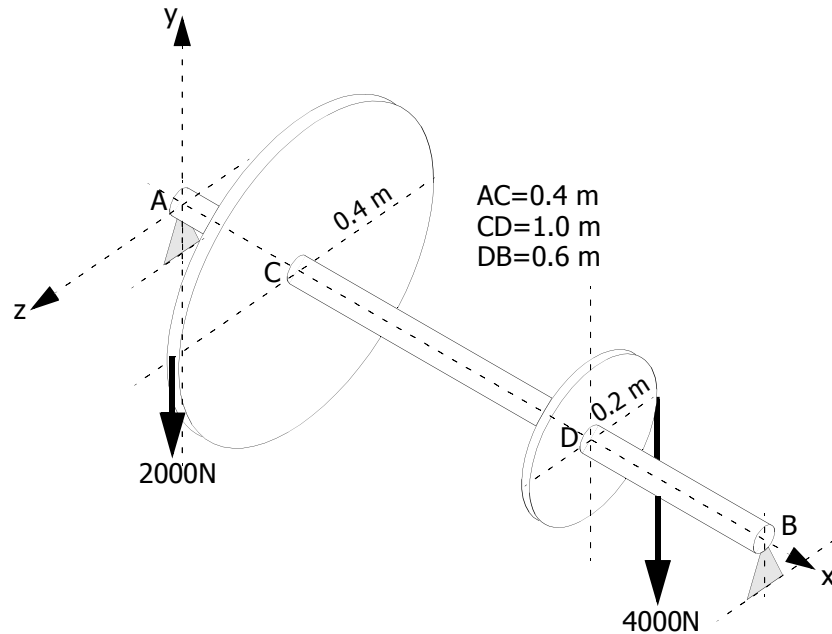
(pour cela on calculera le rapport $\frac{m_{\text{creux}}}{m_{\text{plein}}}$)

□ **Exercice 24:** (Problème en Flexion/Torsion)

Montrer que la contrainte équivalente de Von-Mises s'exprime dans le cadre de la théorie des poutres sous la forme:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

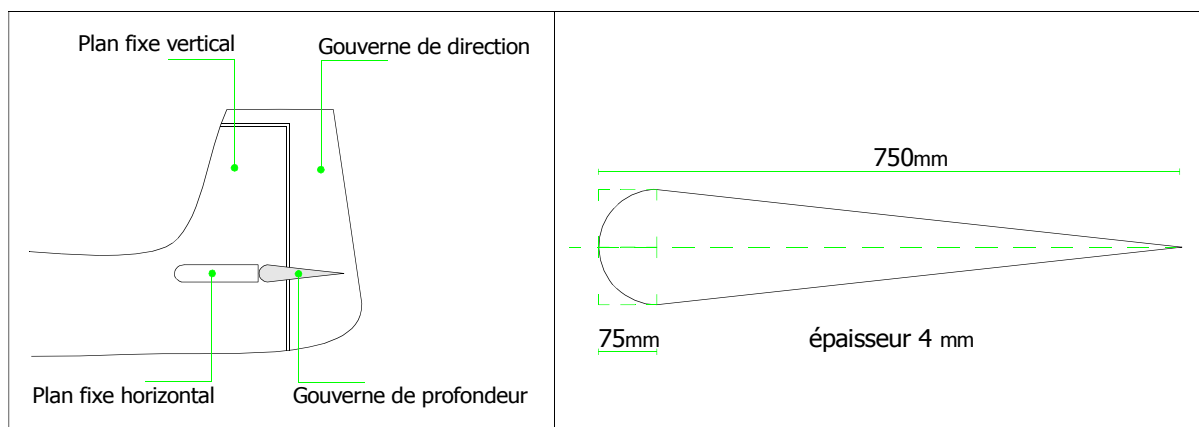
On considère le rotor défini ci-dessous:



Calculer le rayon R en Flexion/Torsion pour une limite élastique de 200MPa .

□ **Exercice 25:**

On considère une gouverne de profondeur dont le profil est précisé ci-dessous:



- 1- Le matériau étant caractérisé par $G=26$ GPa, calculer la rigidité linéique de torsion GJ [m^2N].
- 2- Calculer en $^\circ$ la rotation relative de 2 sections distantes de 1m pour un couple de 10^4 mN.
- 3- Calculer la contrainte de cisaillement dans la peau.

□ **Exercice 26:** (Problème en Flexion/Torsion)

On considère le portique autoroutier ci-dessous:

- dimensions $L \times L$
- section carrée creuse $a \times a$.

Il est encastré en O dans le sol et supporte en B un panneau rectangulaire $l \times h$.

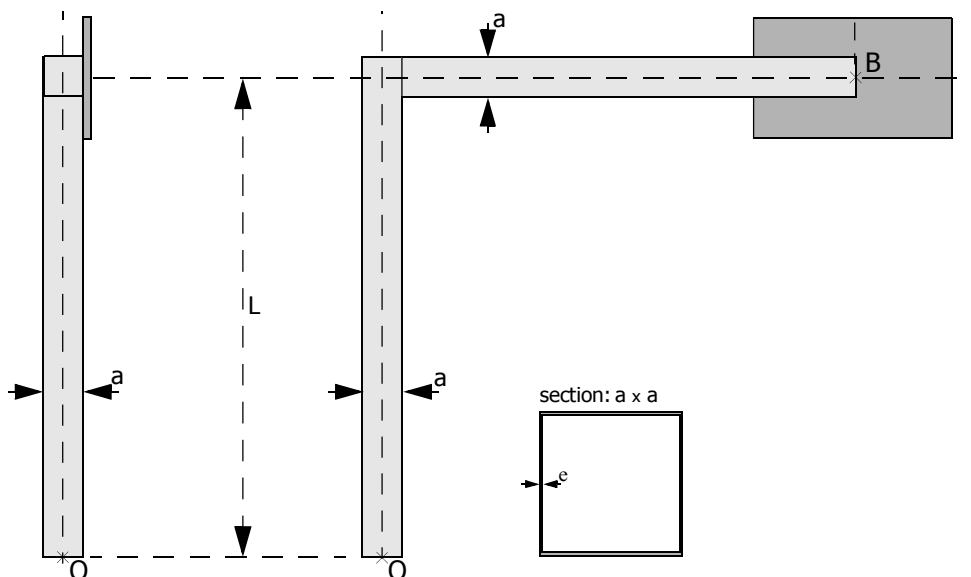
Le matériau est caractérisé par son module $E=74 \text{ GPa}$ et son coefficient de poisson $\nu=0.33$. Les poids sont négligés.

L'effet d'un vent de face sur le panneau se caractérise par une pression p de 3 kN/m^2 .



$$L = 6 \text{ m} \quad a = 50 \text{ cm} \quad e = 1 \text{ cm}$$

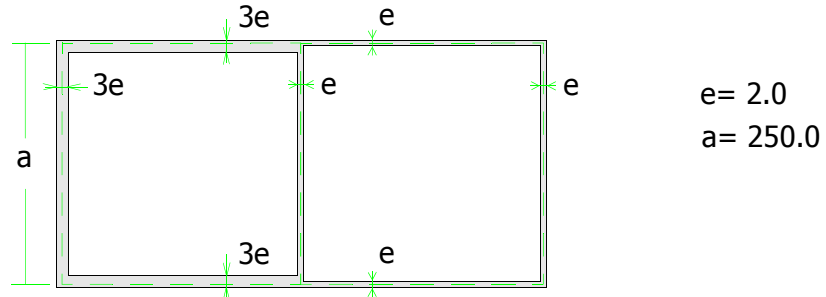
$$l = 250 \text{ cm} \quad h = 150 \text{ cm}$$



Déterminer le déplacement maximal et vérifier que la contrainte de Von Mises maxi reste inférieure à 200 MPa .

Exercice 27:

On considère un caisson avec 2 cellules de dimensions (250mm x250mm):



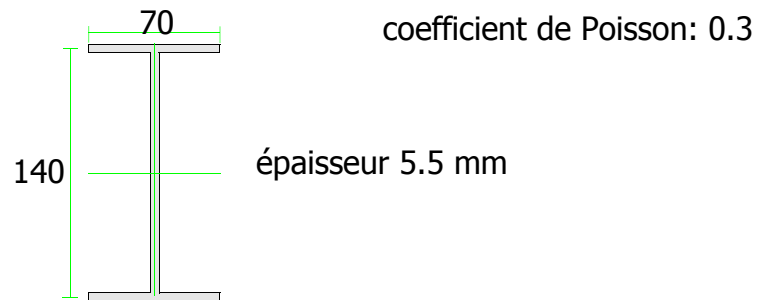
Calculer le flux de cisaillement pour un moment de torsion de 10 000 Nm.

Calculer la constante de torsion J .

Quelle est l'influence de la cloison sur la rigidité de torsion?

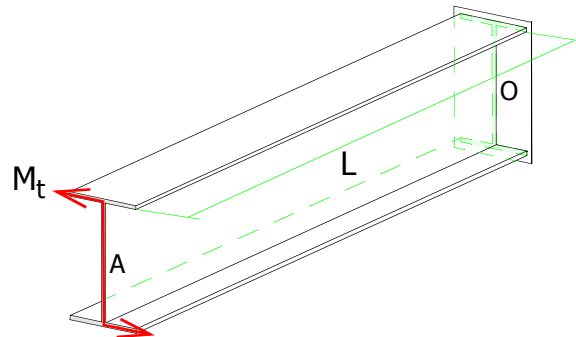
 Exercice 28: (Problème en Torsion gênée)

On considère une poutre en I:



Calculer la rigidité J de cette section.

On suppose la poutre encastree à l'origine et soumise à un moment de torsion M_t :



Dans la partie proche de l'encastrement, le moment M_t se traduit surtout par une flexion des semelles.

Dans la partie proche de l'extrémité libre, l'effet du moment M_t se traduit essentiellement par de la torsion.

Question: En considérant que le moment M_t se partage en:

- M_{t1} qui provoque la flexion des semelles,

- M_{t2} qui provoque de la torsion pure,

calculer le pourcentage de M_{t1} et M_{t2} pour 2 valeurs de L . ($L=600\text{mm}$ et $L=1200\text{mm}$)

Conclusion?

□ **Exercice 29:**

On considère une poutre caisson dont la section est définie fig1:

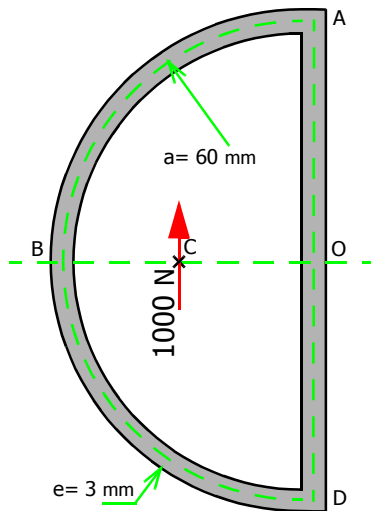
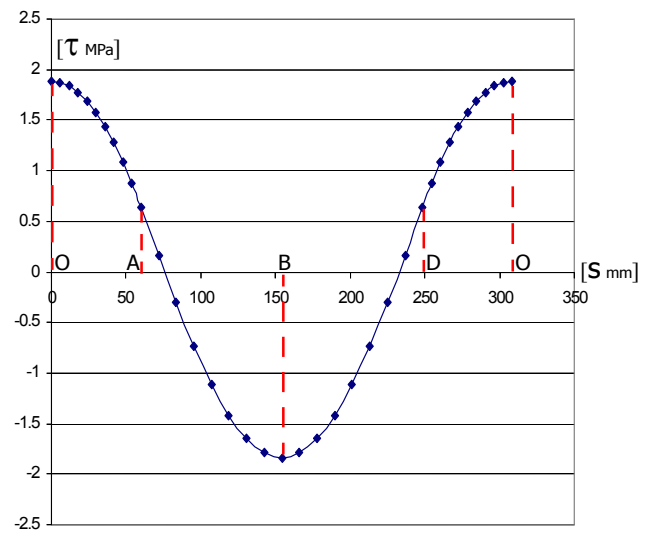


fig 1

fig 2: variation du cisaillement $[\tau \text{ MPa}]$ pour un effort T_Y de 1000N

On a déterminé la position du point C, centre de torsion. On a trouvé $OC = 32 \text{ mm}$.

La poutre étant soumise à un effort tranchant T_Y de 1000 N, calculer τ_{moyen} .

La variation du cisaillement le long du profil est donnée fig 2.

Dessiner la section et tracer les vecteurs cisaillement.

Que deviendrait τ_{maxi} si la section était fendue en A? Ou serait atteint ce maximum ?

On applique l'effort $F = 5000 \text{ N}$ comme indiqué fig 3.

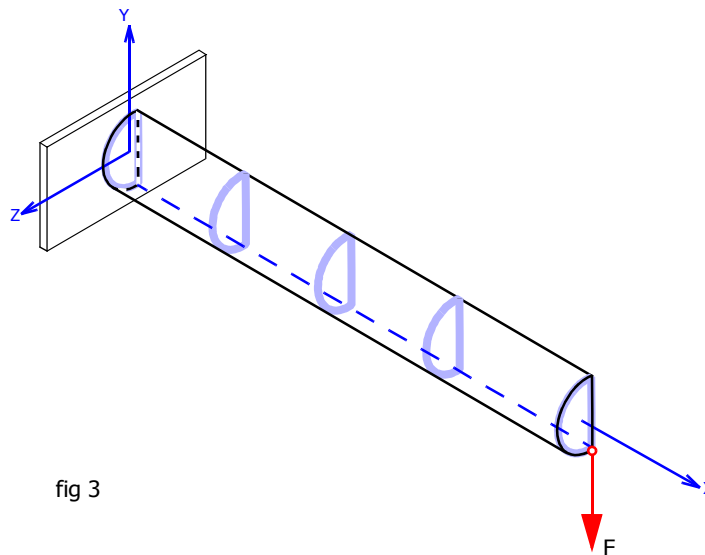


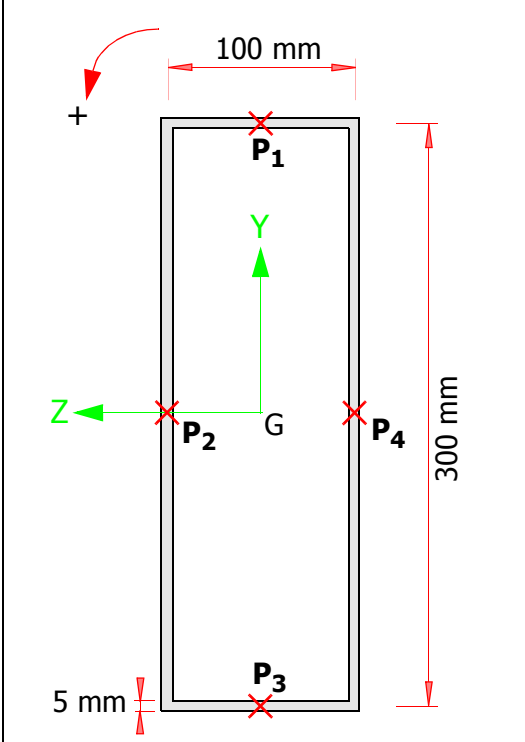
fig 3

Calculer l'effort tranchant T_y et le moment de torsion M_t .

Calculer la contrainte de cisaillement résultante en O et en B dans la section courante sous l'effet de T_y et M_t .

□ Exercice 30:

L'étude porte sur une poutre dont la section rectangulaire creuse est définie ci-dessous. Les composantes du torseur des efforts intérieurs sont données. Calculer la contrainte normale σ_x et la contrainte de cisaillement τ résultantes en P_1 , P_2 , P_3 , P_4 . En déduire la contrainte de VonMises en P_1 , P_2 , P_3 , P_4 en MPa.



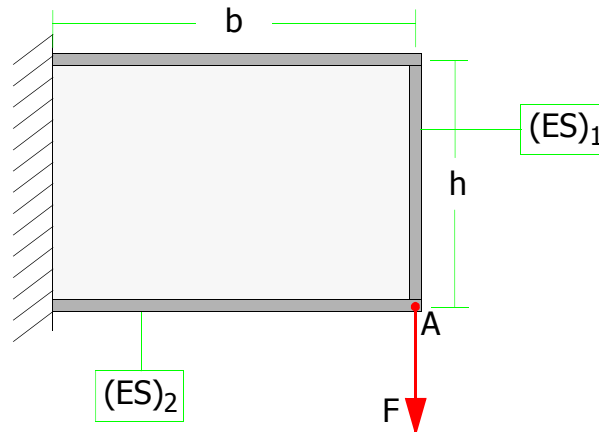
N	10^5 N
M_z	10^4 N.m
T_y	10^5 N
M_t	10^4 N.m

	σ_x due à N	σ_x due à M_z	τ due à T_y	τ due à M_t
P_1				
P_2				
P_3				
P_4				

	σ_x résultante	τ résultante	VonMises
P_1			
P_2			
P_3			
P_4			

□ **Exercice 31:** [Bruhn A7-39]

On considère un panneau raidi ($b=762 \text{ mm} \times h=508 \text{ mm}$) encastré à gauche et soumis en A à un effort vertical de $2\,225 \text{ N}$:



Le bord vertical est caractérisé par une rigidité $(ES)_1 = 13.35 \cdot 10^6 \text{ N}$

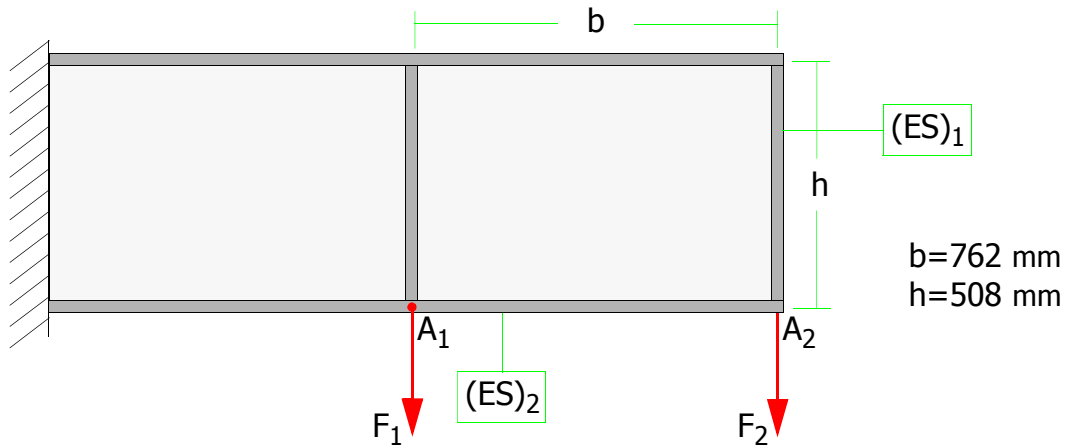
Les bords horizontaux sont caractérisés par une rigidité $(ES)_2 = 33.37 \cdot 10^6 \text{ N}$.

Le panneau d'épaisseur $e=1.3 \text{ mm}$ est constitué d'un matériau de module $G=26.5 \text{ GPa}$.

Calculer le déplacement δ du point A.

□ **Exercice 32:**

On considère une poutre constituée de 2 panneaux raidis ($b \times h$), encastrée à gauche et soumise en A_1 et en A_2 à 2 efforts verticaux F_1 et F_2 :



Les bords verticaux sont caractérisés par une rigidité $(ES)_1 = 13.35 \cdot 10^6 \text{ N}$

Les bords horizontaux sont caractérisés par une rigidité $(ES)_2 = 33.37 \cdot 10^6 \text{ N}$.

Les panneaux d'épaisseur $e=1.3 \text{ mm}$ sont constitués du même matériau de module $G=26.5 \text{ GPa}$.

On désigne par δ_1 le déplacement du point A_1 et par δ_2 le déplacement du point A_2 .

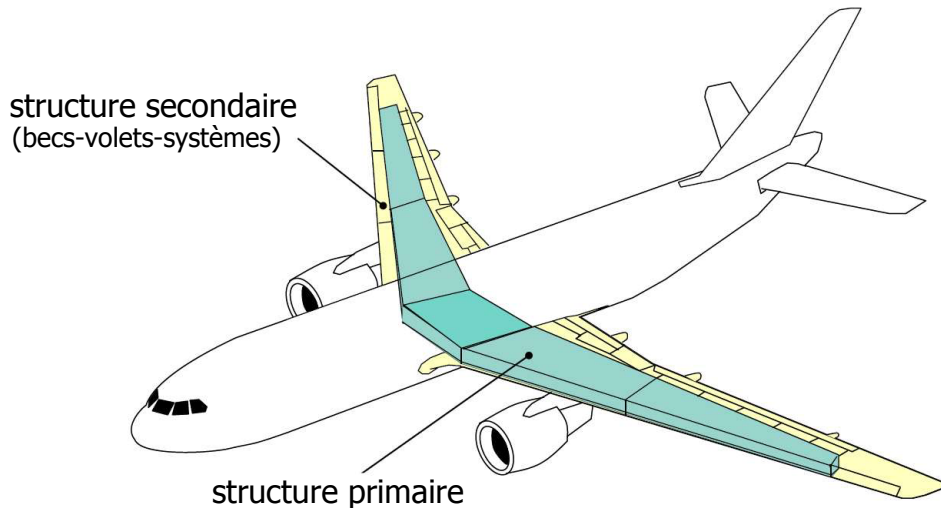
Calculer la matrice de souplesse:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

□ Exercice 33: Calcul de structure primaire de voilure

1: Présentation:

La structure primaire de voilure est composée de longerons (avec semelles et âmes), d'un revêtement et de nervures. Le caisson central (partie de voilure située dans le fuselage) en fait également partie.



Nous considérons que chaque composant a une fonction qui lui est propre:

- les semelles du longeron reprennent la flexion
- les âmes du longeron reprennent l'effort tranchant
- le revêtement (peau + raidisseurs) supporte la torsion
- les nervures servent au cloisonnement vis-à-vis du flambage
- le caisson central transmet les efforts de la voilure au fuselage par l'intermédiaire des cadres forts.

D'autres éléments tels que fixation train, fixation mât reprennent les efforts qui leur sont propres.

Rappelons les notions de charge limite et de charge extrême:

-charge limite: c'est la charge maximale que l'avion peut rencontrer en service. Une structure sollicitée en charge limite ne doit pas présenter de déformation permanente.

-charge extrême: c'est la charge maximale ne provoquant ni rupture ni effondrement. Cette charge se déduit de la charge limite par un facteur 1,5.

Pour les contraintes, les deux critères sont envisagés:

- sous facteur de charge limite, elles doivent être inférieures ou égales à la limite élastique σ_e .
- sous facteur de charge extrême, elles doivent être inférieures ou égales à la limite en rupture σ_r .

Il est important de noter:

- qu'en pratique, il arrive que des flambages de revêtement se produisent entre charge limite et charge extrême. Les semelles de longeron peuvent dans ce cas subir des suppléments de contraintes qui ne sont pas considérés avec notre extrapolation linéaire.

- que même si l'aile est sollicitée avec des charges de vol standard bien inférieures aux charges extrêmes, la répétition de ces charges peut entraîner une rupture en fatigue. La contrainte maximale σ_a en fatigue dépend du nombre de cycles. Cette question n'est pas abordée ici.

Pour le dimensionnement des semelles en flexion, nous retenons le cas d'une ressource symétrique. Pour un avion de transport civil, le facteur de charge limite pour un moment de flexion >0 est de l'ordre de 2,5. Le facteur de charge extrême est donc de 3,75.

2: Dimensionnement en flexion

Les semelles sont dimensionnées selon un critère de contrainte maximale admissible.

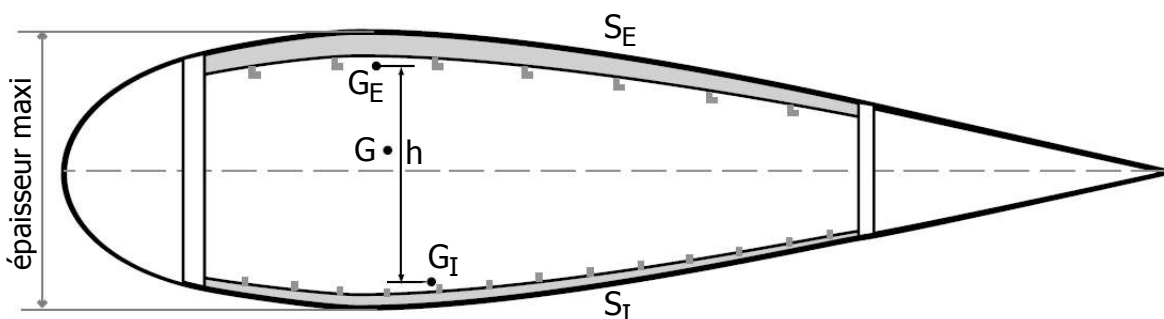
On se place en charge extrême.

Le critère suivant est envisagé:

- la contrainte de tension doit être inférieure à la limite en rupture $\sigma_{\max T}$.
- en compression, le seuil $\sigma_{\max C}$ est la limite de flambage. Des abaques permettent d'obtenir les charges critiques.

On désigne par S_E la semelle extrados et par S_I la semelle intrados.

La hauteur h représente la distance entre les centres de gravité G_E et G_I des semelles S_E et S_I :



Le modèle représente les surfaces S_E et S_I sans préciser leur forme. En flexion, seules les valeurs de S_E , S_I et de l'écartement h importent.



Il est ainsi possible d'exprimer les surfaces minimales des semelles.

Il convient de noter que:

- pour l'extrados, c'est la contrainte maximale admissible en compression $\sigma_{\max C}$ qui est utilisée.
- pour l'intrados, c'est la contrainte maximale admissible en traction $\sigma_{\max T}$.

3: Questions

Dans ce bureau d'étude, nous supposons pour simplifier:

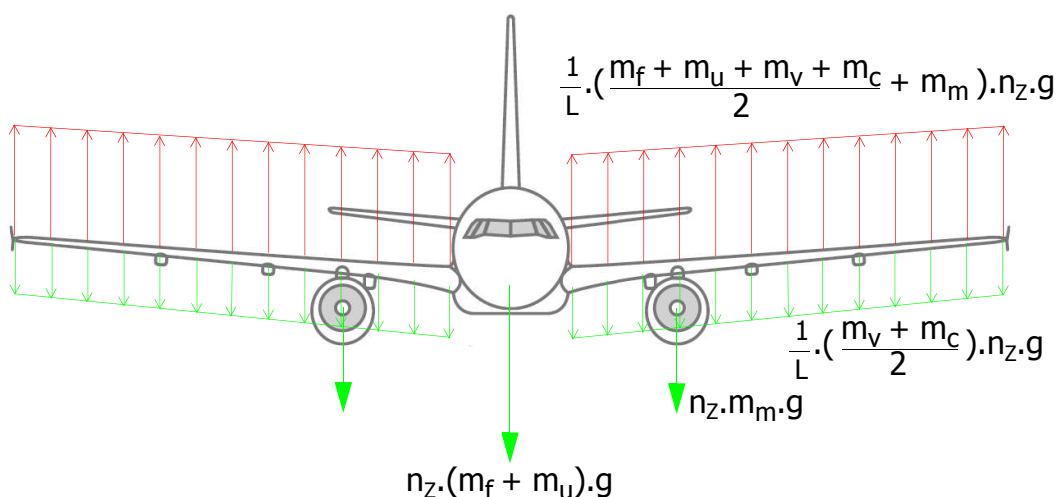
- que les caractéristiques de la voilure n'évoluent pas (aile rectangulaire).
- que la portance est représentée par une force distribuée uniforme.

3-1 Expression de l'effort tranchant et du moment fléchissant:

Posons:

- m_f : masse du fuselage
- m_m : masse d'un moteur
- m_v : masse de la voilure complète
- m_u : masse utile
- m_c : masse du carburant
- n_z : facteur de charge

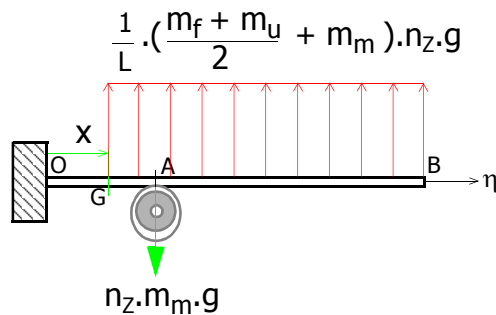
Les efforts sur la voilure sont définis comme suit:



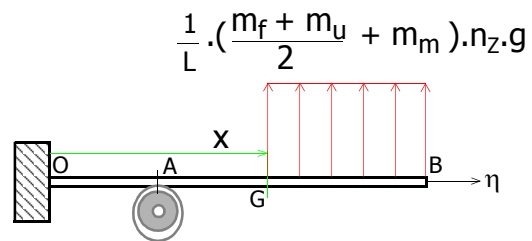
Les schémas suivants permettent d'exprimer l'effort tranchant et le moment fléchissant subis par la voilure:

Nous posons que $OB=L$ et $OA=0,3.L$.

de O à A



de A à B



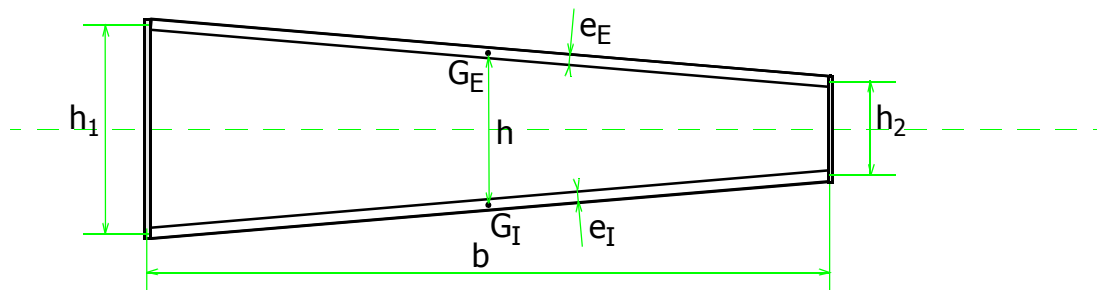
Application Numérique:

- m_f+m_u : 35 000 Kg
- m_m : 2 500 Kg
- m_v : 8 000 Kg
- m_c : 22 000 Kg
- L : 16 m
- n_z : 3.75

Donner l'allure des variations d'effort tranchant et de moment fléchissant.

Calculer l'effort tranchant et le moment fléchissant maxis.

3-2 Calcul des épaisseurs e_E et e_I :



Application Numérique:

- h_1 : 1000 mm
- h_2 : 600 mm
- b : 3 125 mm
- $\sigma_{maxT} = \sigma_{rupt}$: 475 MPa
- σ_{maxC} : 200 MPa (*)

(*) contrainte maximale admissible équivalente en compression.

Montrer que:

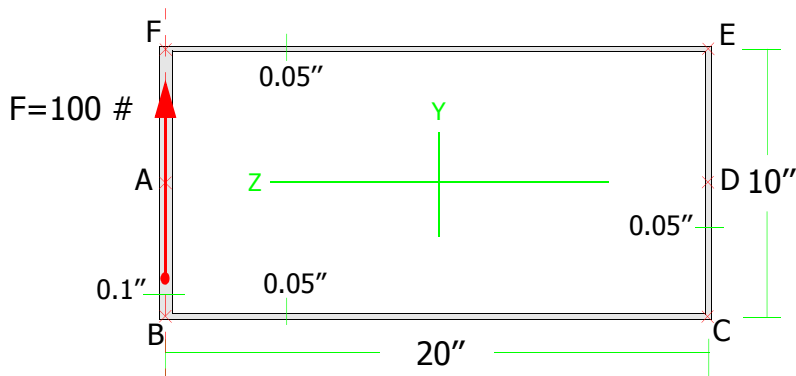
-la surface de la semelle extrados s'exprime sous la forme:
$$S_E = \frac{M_f}{h \cdot \sigma_{maxC}}$$

-la surface de la semelle intrados s'exprime sous la forme:
$$S_I = \frac{M_f}{h \cdot \sigma_{rupt}}$$

Calculer les épaisseurs e_E et e_I près de l'encastrement.

Exercice 34: [Bruhn A15-2]

On considère un monocoisson soumis à l'effort de 100 #:



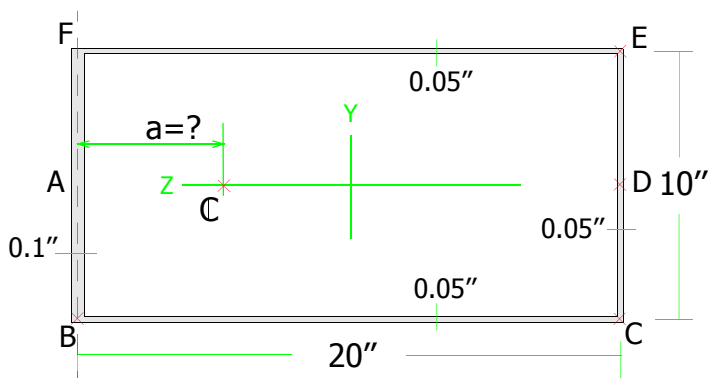
$$1 \# = 4.45 \text{ N}$$

$$1'' = 2.54 \text{ cm}$$

Sachant que l'effort est appliqué suivant l'âme forte [BAF], calculer la variation du flux de cisaillement le long du parcours A-B-C-D-E-F-A.

 Exercice 35: [Bruhn A15-2 suite]

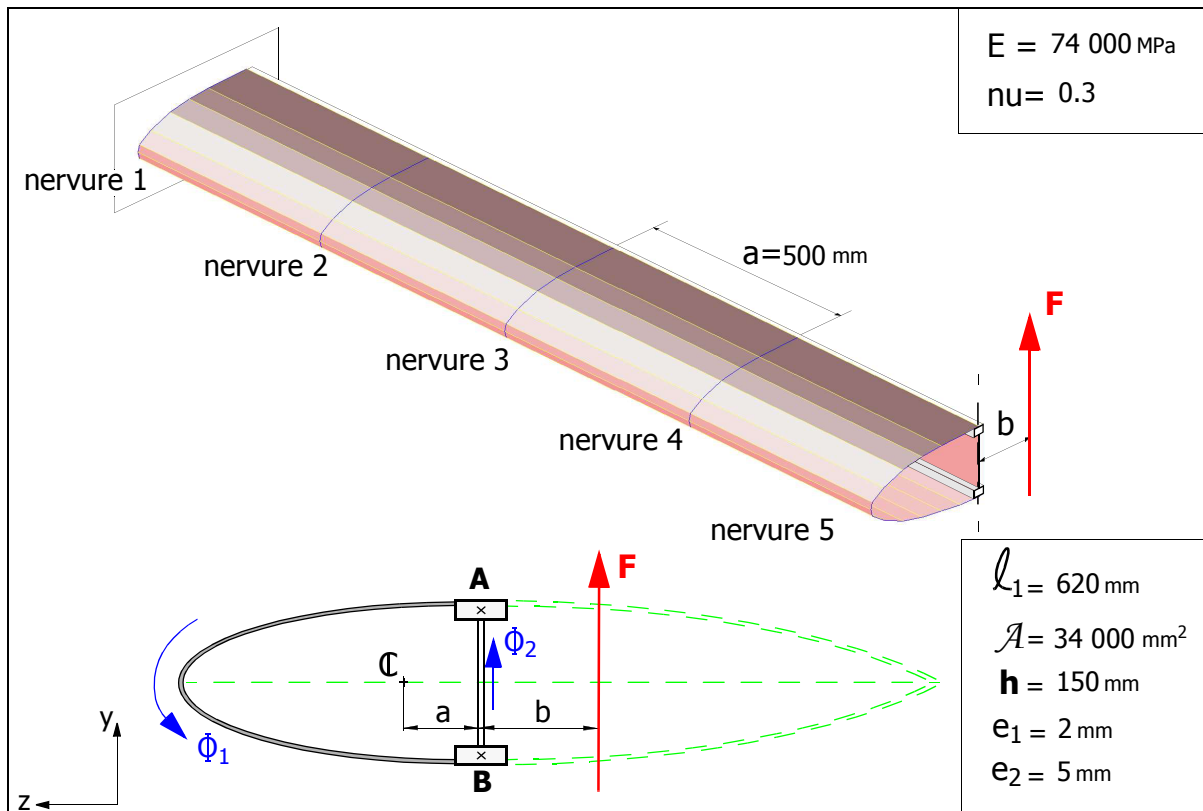
Reprendre l'exercice précédent pour calculer la position du centre de cisailment C.



Exercice 36:

Pour étudier la voilure d'un drone de longueur 2 m, on considère que seul le caisson avant est travaillant.

Soit le mono-caisson ci-dessous, qui subit l'effet d'un effort \mathbf{F} appliqué au niveau de la nervure 5 suivant l'axe y à une distance \mathbf{b} de l'âme du longeron \mathbf{AB} .



On suppose le flux de cisaillement $\Phi_1 = \tau_1 \cdot e_1$ constant dans le revêtement de longueur ℓ_1 et le flux $\Phi_2 = \tau_2 \cdot e_2$ constant dans la cloison \mathbf{AB} de hauteur \mathbf{h} .

Grâce à 2 rosettes collées sur le revêtement et sur la cloison, on a mesuré τ_1 et τ_2 .

$$\tau_1 = +6 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \tau_2 = +16 \text{ MPa} \quad (\text{signe en référence au sens des flèches})$$

Le premier objectif de cet exercice est de caractériser le chargement en calculant les valeurs de \mathbf{F} et de \mathbf{b} .

Question 1: Ecrire l'équation permettant de calculer \mathbf{F} . Calculer \mathbf{F} .

Question 2: Ecrire l'équation permettant de calculer \mathbf{b} . Calculer \mathbf{b} .

Le deuxième objectif de cet exercice est de caractériser la rotation relative autour de l'axe x des nervures N°2 et N°4 qui sont distantes de 1m. Pour cela, il faut calculer \mathbf{M}_t .

Question 3: On suppose que l'effort F passe par \mathcal{C} (centre de torsion).
Ecrire les équations permettant de calculer la position \mathbf{a} de \mathcal{C} . Calculer \mathbf{a} .

Question 4: En déduire le moment de torsion M_t .

Question 5: Calculer J .

Question 6: En déduire en degrés la rotation relative des nervures 2 et 4.

Le troisième objectif de cet exercice est de dimensionner les semelles \mathbf{A} et \mathbf{B} pour résister à la flexion.

(on suppose que les semelles reprennent l'intégralité de la flexion)

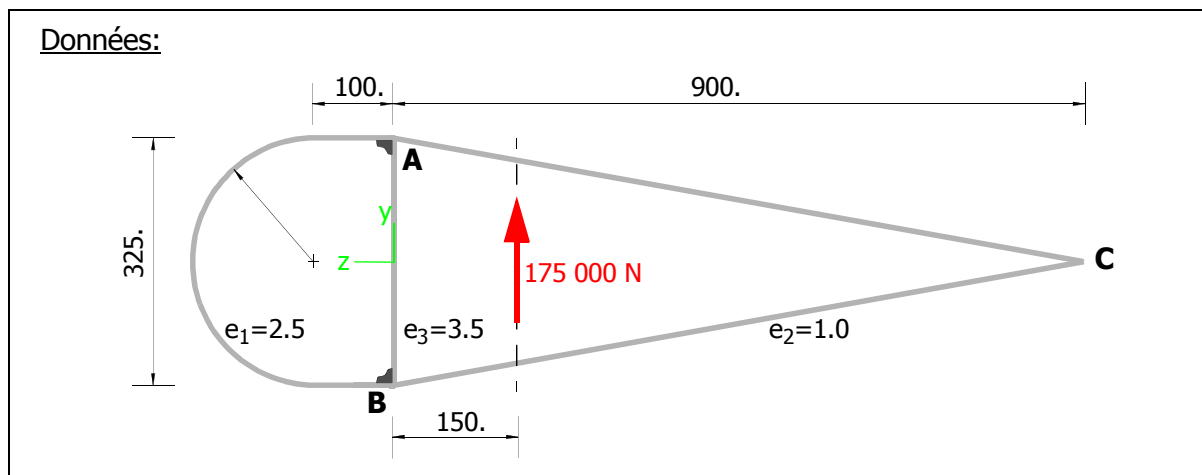
Question 7: Calculer M_z au niveau de la nervure 1.

Question 8: Calculer les sections S_A et S_B au niveau de la nervure 1 pour que les conditions suivantes soient réalisées:

$$\sigma_{\max\text{Tension}} = 200 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{\max\text{Compression}} = 100 \text{ MPa}$$

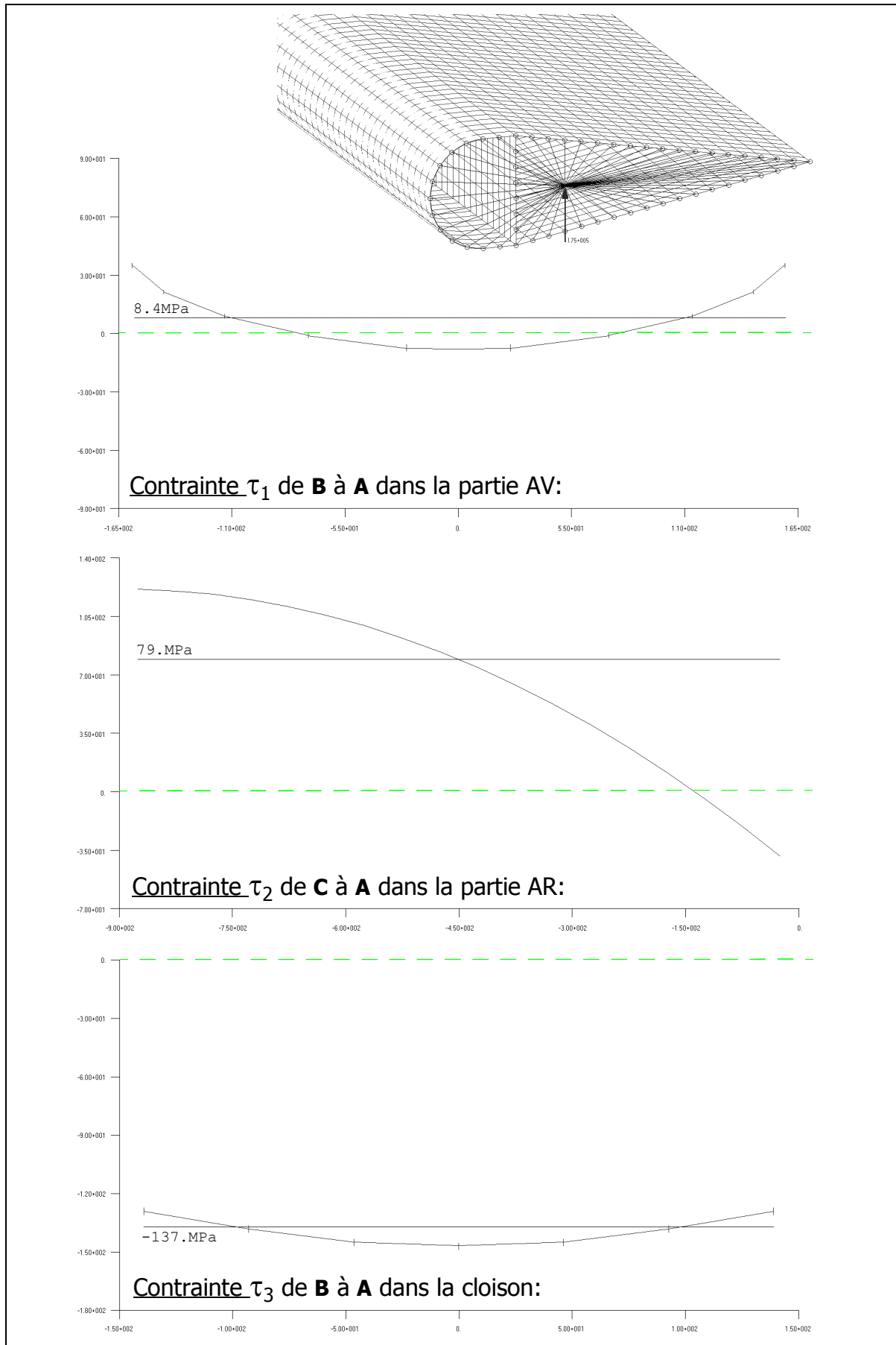
Exercice 37:

On se propose de calculer les flux et les contraintes de cisaillement dans un bi-caisson mono-longeron soumis à l'effort $F=175\,000\text{N}$:



On désigne par Φ_1 le flux supposé constant dans la partie AV, Φ_2 le flux supposé constant dans la partie AR et Φ_3 le flux supposé constant dans la cloison.

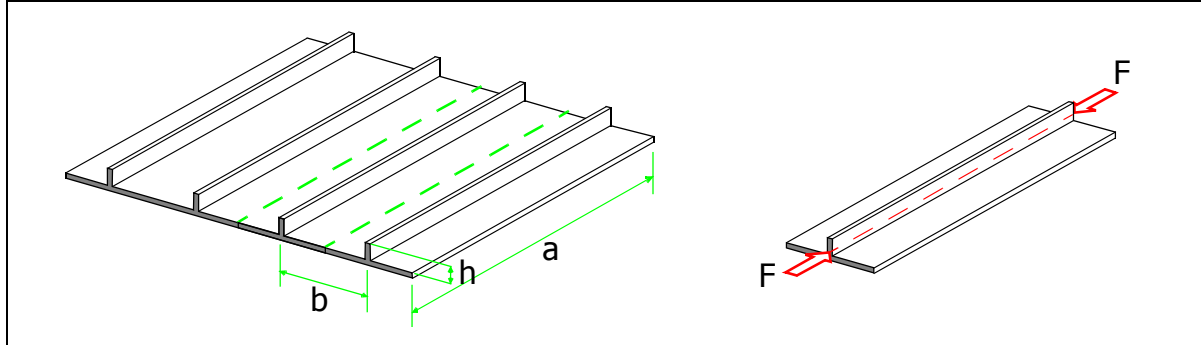
○ Comparaison des résultats obtenus avec ceux fournis par un modèle MEF.
Conclusion?



Exercice 38:

Les cadres et les lisses divisent le revêtement en panneaux. En première approche, ces panneaux sont supposés plans et de caractéristiques:

- a (grande dimension)= 530 mm
- b (petite dimension)= 180 mm
- e (épaisseur)= 2 mm
- Matériau 2024: $E=72000$ MPa , $\nu=0.32$, $\sigma_{\text{lim élastique}}= 22$ daN/mm²



On considère les panneaux comprimés selon leur grande longueur. F représente l'effort de compression exercé sur un pas (largeur b).

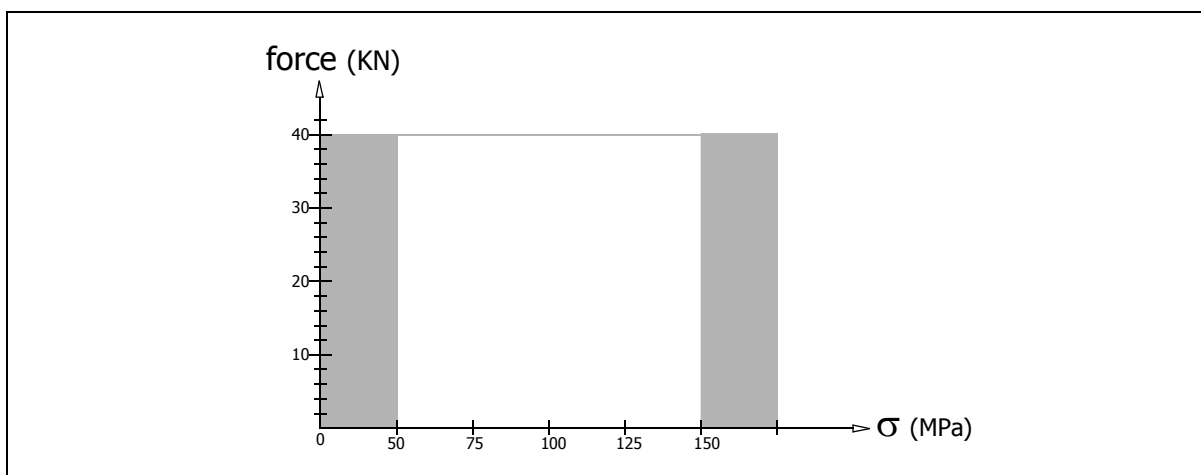
On suppose pour simplifier que les raidisseurs (lisses) ont une section rectangulaire:
 $h= 27$ mm x $e= 2$ mm.

On désigne par $2c$ la largeur de la bande de tôle travaillante.

$$c = 0,5 e \sqrt{\frac{3.5 E}{\sigma}}$$

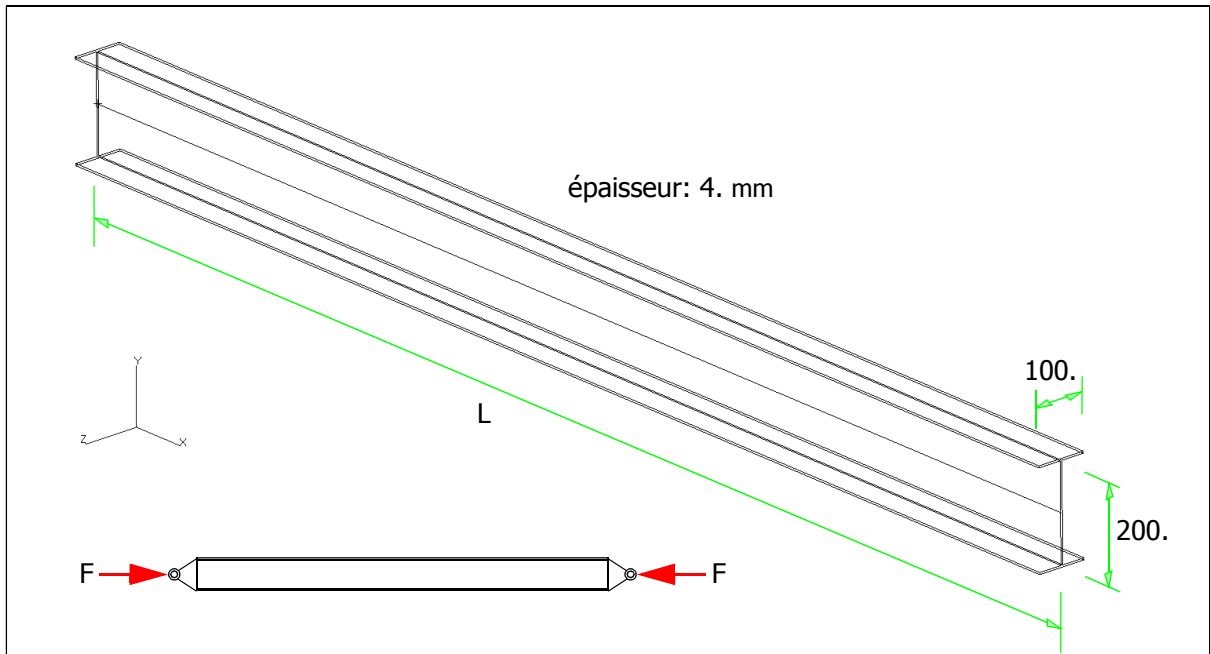
Quelle contrainte σ_{critique} produit le flambage du 'super-raisseur' ?

Le problème sera résolu graphiquement.



□ **Exercice 39:** Flambage local / Flambage global.

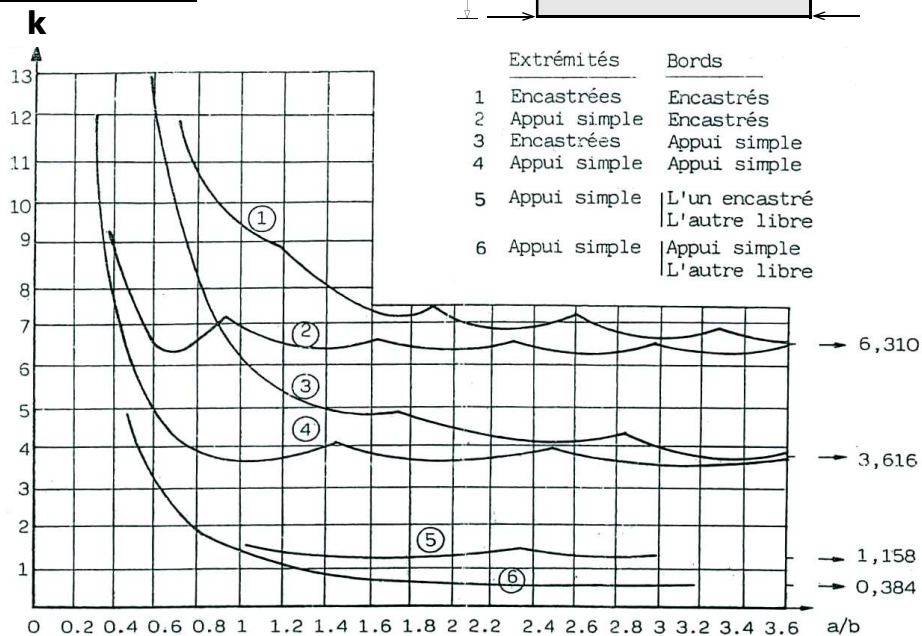
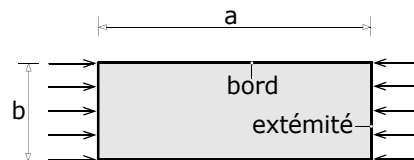
La poutre ci-dessous de longueur L , de module E est sollicitée en compression par un effort F .



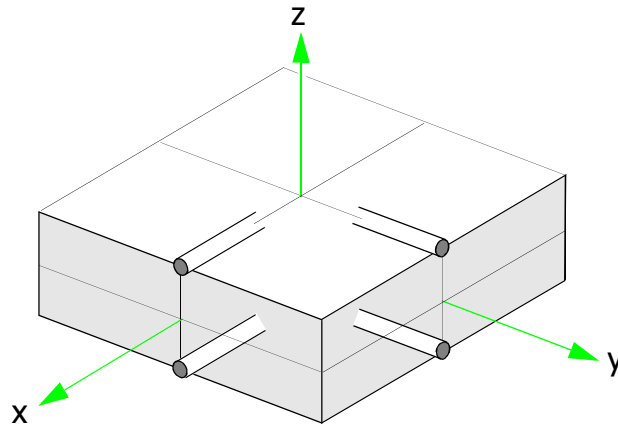
Le but de cet exercice est de montrer qu'il existe une valeur seuil L_s de la longueur L au dessous de laquelle se produit un flambage local et au dessus de laquelle se produit un flambage global (Euler).
Calculer numériquement la valeur de L_s .

Abaque: Plaque rectangulaire en Compression:

$$\sigma_{CR} = k \cdot E \cdot \left(\frac{e}{b}\right)^2$$



□ **Exercice 40:** On considère un élément «Shell» pour lequel on a trouvé les résultats ci-dessous (*mm, N, MPa*):



extrait du «f06»:

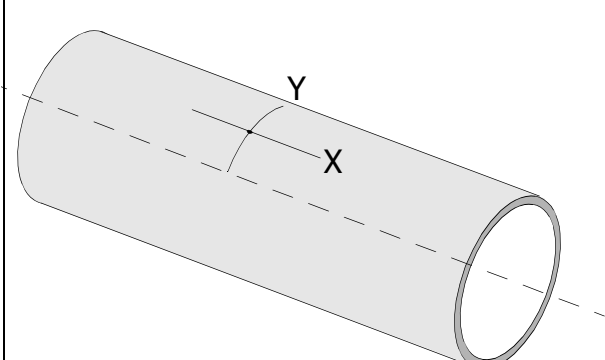
FORCES IN QUADRILATERAL ELEMENTS (QUAD4)										
ELEMENT	MEMBRANE FORCES			BENDING MOMENTS			TRANSVERSE SHEAR FORCES			
ID	FX	FY	FXY	MX	MY	MXY	QX	QY		
1	-1.0000E+02	5.0000E+01	2.0000E+01	0.0000E+00	-6.0000E+00	-2.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00		

STRESSES IN QUADRILATERAL ELEMENTS (QUAD4)				
ELEMENT	FIBER	STRESSES IN ELEMENT COORD SYSTEM		
ID.	DISTANCE	NORMAL-X	NORMAL-Y	SHEAR-XY
1	-1.000000E+00	-5.000000E+01	1.600000E+01	7.000000E+00
	1.000000E+00	-5.000000E+01	3.400000E+01	1.300000E+01

Expliquer comment travaille cet élément.

□ **Exercice 41:**

-1- Calculer en MPa les contraintes qui règnent dans les fibres X et Y d'un fuselage soumis à une pression effective p .

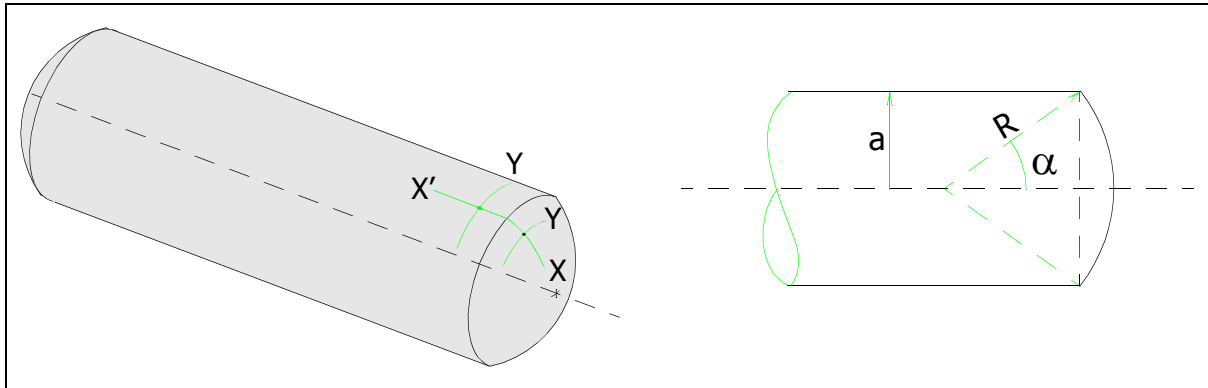


Application Numérique:
rayon $a = 1.5\text{m}$
épaisseur $e = 1\text{mm}$
altitude 10 000 m : $p = 260\text{ mbars}$
altitude 2 000 m : $p = 800\text{ mbars}$

(1 bar = 10^5 Pa)

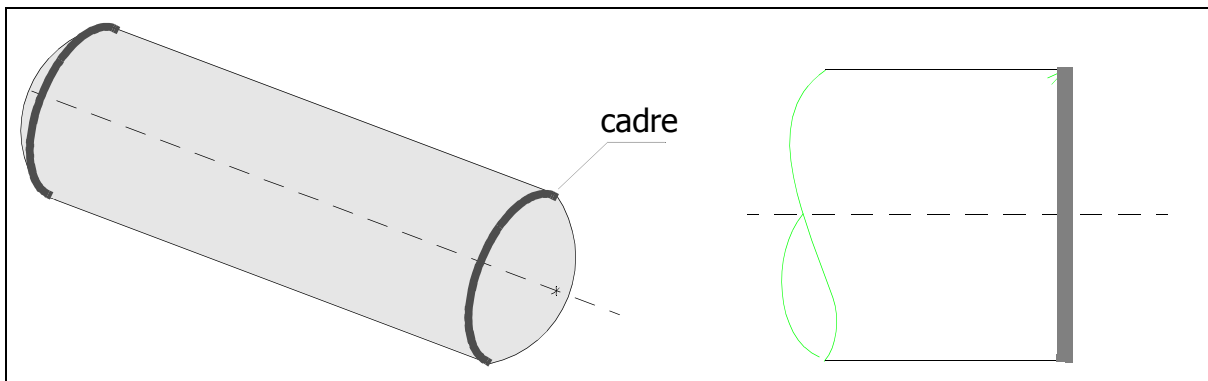
-2- Pour réaliser les fonds des enveloppes cylindriques, on utilise des calottes sphériques.

Le cylindre de rayon a et épaisseur e est terminé par 2 calottes sphériques de rayon R et même épaisseur e .

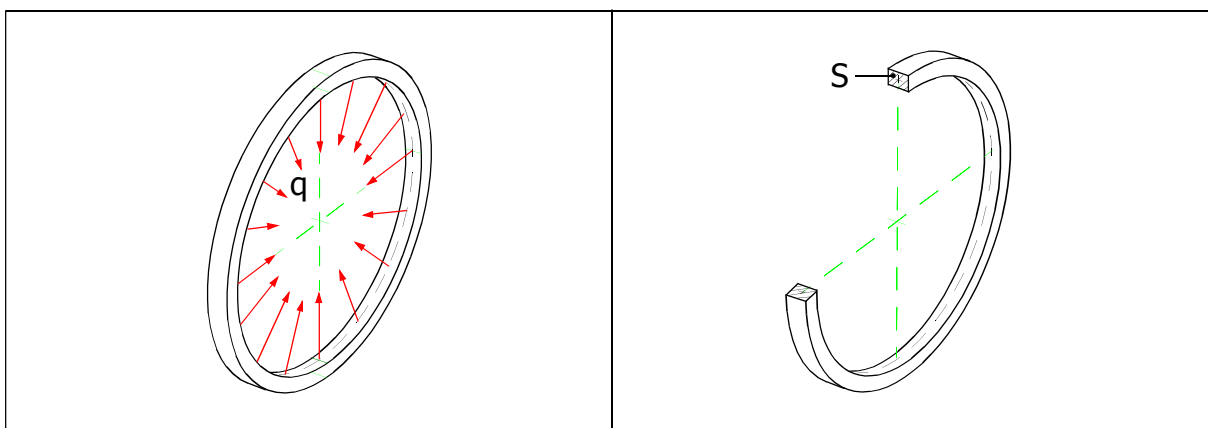


Calculer l'angle α pour que σ_Y dans le tube et dans la calotte soient égaux.

-3- Dans le cas des fuselages, l'extrémité du tube est consolidée par un cadre:



Montrer que ce cadre est comprimé sous l'effet d'un effort radial uniforme q (N/mm).



Calculer la section S pour que la contrainte de compression dans le cadre ne dépasse pas 100 MPa.